

数学の解答欄への記入方法

問題文の 中の解答番号に対応する答えを マークシート の解答欄の中から1つだけ選びマークしてください。

特に指示がないかぎり、符号(−, ±)又は数字(0~9)が入ります。①, ②, … の一つ一つは、これらのいずれか一つに対応します。それらを解答用紙の①, ②, … で示された解答欄にマークして答えてください。

例1. ①② に −5 と答えるとき

①	0 0 0 0 0 4 6 6 7 8 9 ● ⊖
②	0 0 0 0 0 4 ● 6 7 8 9 ⊖ ⊖

例2. ③④ に $-\frac{2}{3}$ と答えるときのように、解答が分数形で求められた場合、既約分数で答えてください。符号は分子につけ、分母にはつけません。(もし答えが整数であるときは分母は1とします。)

③	0 0 0 0 0 4 6 6 7 8 9 ● ⊖
④	0 0 ● 3 4 6 6 7 8 9 ⊖ ⊖
⑤	0 0 0 ● 4 6 6 7 8 9 ⊖ ⊖

小数の形で解答する場合、指定された桁数の一つ下の桁を四捨五入して答えてください。また、必要に応じて、指定された桁まで ⊖ にマークしてください。

例えば、⑥ . ⑦⑧ に 2.5 と答えたいときは、2.50 として答えてください。

根号を含む形で解答する場合、根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えてください。

例えば、⑨ $\sqrt{\text{⑩}}$ に $4\sqrt{2}$ と答えるところを、 $2\sqrt{8}$ のように答えてはいけません。

根号を含む分数形で解答する場合、例えば $\frac{\text{⑪}}{\text{⑭}} + \frac{\text{⑫}}{\text{⑭}} \sqrt{\text{⑬}}$ に $\frac{3+2\sqrt{2}}{2}$

と答えるところを、 $\frac{6+4\sqrt{2}}{4}$ や $\frac{6+2\sqrt{8}}{4}$ のように答えてはいけません。

数 学

(解答番号 ① ~ ⑦⑨)

I 次の ① ~ ③⑧ の中に適切な符号あるいは数字を入れなさい。ただし、(5)、(9)については、[選択肢]の中から選びなさい。

(1) $\frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{4} \neq 0$ のとき、 $\frac{x^2 + y^2 + z^2}{xy + yz + zx} = \frac{\text{① ②}}{\text{③ ④}}$ である。

(2) $x = 2\sqrt{2} - 1$ とする。

(i) $x^2 = \text{⑤ ⑥} x + \text{⑦}$ である。

(ii) このことを用いると、 $x^3 + 4x^2 + x - 3 = \text{⑧} \sqrt{\text{⑨}} + \text{⑩}$ である。

(3) x に関する不等式 $3|x^2 - x - 2| < 8 - 2x$ の解は

$-\text{⑪} < x < \frac{\text{⑫}}{3}$, $\text{⑬} < x < \frac{\text{⑭}}{3}$ である。

(4) 区別できない 10 個の玉を A, B, C の 3 つの箱に入れる入れ方は ⑮⑯ 通りある。
ただし、どの箱にも少なくとも 1 個は入れるものとする。

(5) 6 つの数値から構成されるデータ x と 8 つの数値から構成されるデータ y がそれぞれ、

$x: 4, 8, 7, 9, 3, 8$

$y: 4, 6, 4, 3, 9, 2, 5, 6$

のように与えられている。それらについて述べた次の文のうち正しいものは ⑰ である。

⑰ にあてはまるものを次の ① ~ ④ の中から選び、その番号を答えなさい。

[選択肢]

- ① データ x の最小値は、データ y の最小値より小さい
- ② データ x の第 1 四分位数は、データ y の第 1 四分位数より小さい
- ③ データ x の中央値は、データ y の中央値より小さい
- ④ データ x の範囲は、データ y の範囲より大きい
- ⑤ データ x の四分位範囲は、データ y の四分位範囲より大きい

メモ・計算用紙

(6) 2つの変量 x , y について, 次のデータの組がある。

x	4	1	2	2	6
y	6	2	4	6	2

(i) 共分散は $\frac{\text{⑮ ⑰}}{\text{⑳}}$ である。

(ii) 相関係数は $\frac{\text{㉑ ㉒}}{\text{㉓}}$ である。

(7) $\triangle ABC$ において, $AC = 3$, $AB = \sqrt{3}$, $\angle C = 30^\circ$ とする。

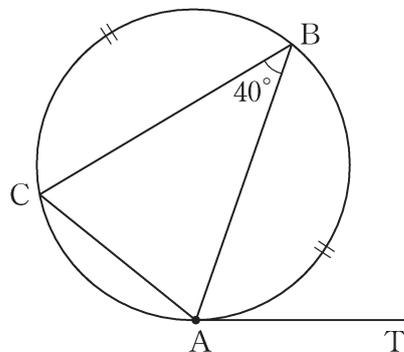
(i) $0^\circ < \angle B < 90^\circ$ のとき, $\angle B = \text{㉔ ㉕}^\circ$,

$\angle A = \text{㉖ ㉗}^\circ$, $BC = \text{㉘} \sqrt{\text{㉙}}$ である。

(ii) $90^\circ \leq \angle B < 180^\circ$ のとき, $\angle B = \text{㉚ ㉛ ㉜}^\circ$,

$\angle A = \text{㉝ ㉞}^\circ$, $BC = \sqrt{\text{㉟}}$ である。

(8) 図において AT は円の接線, A は接点であり, 弧 AB と弧 BC の長さは等しく, $\angle ABC = 40^\circ$ である。このとき, $\angle BAT = \text{㉞ ㉟}^\circ$ である。



メモ・計算用紙

(9) 実数 x, y に関する条件 p を,

$p: x, y$ の少なくとも 1 つは 2 以上

とする。このとき、条件 p の否定 \bar{p} は である。

にあてはまるものを次の ①～④の中から選び、その番号を答えなさい。

[選択肢]

① x, y の少なくとも 1 つは 2 未満

② x と y はどちらも 2 以上

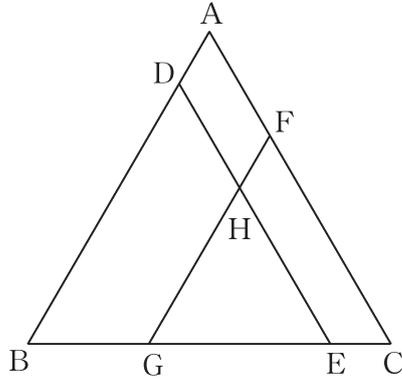
③ x と y のどちらかが 2 以上

④ x と y はどちらも 2 未満

⑤ x と y のどちらかが 2 未満

メモ・計算用紙

- II 図のように正三角形 ABC の辺 AC に平行な直線を引き、辺 AB, BC との交点をそれぞれ D, E とし、辺 AB に平行な直線を引き、辺 AC, CB との交点をそれぞれ F, G とする。また、DE と FG の交点を H とする。四角形 DBGH の面積は 16, $\triangle HGE$ の面積は 9, 四角形 HECF の面積は 7 である。



次の $\boxed{39}$ ~ $\boxed{57}$ の中に適切な符号あるいは数字を入れなさい。

- (1) $BG : GE : EC = \boxed{39} : \boxed{40} : \boxed{41}$ である。
四角形 ADHF の面積は $\boxed{42}$ である。

- (2) $GE^2 = \boxed{43} \boxed{44} \sqrt{\boxed{45}}$ である。

- (3) 辺 AD, AF を隣り合う 2 辺として長方形を作ったとき、その長方形の面積は

$$\frac{\boxed{46} \sqrt{\boxed{47}}}{\boxed{48}} \text{ である。}$$

- (4) $DF^2 = \boxed{49} \sqrt{\boxed{50}}$, $AH^2 = \frac{\boxed{51} \boxed{52} \sqrt{\boxed{53}}}{\boxed{54}}$ である。DF と AH のなす角を

$$\theta (0^\circ < \theta < 90^\circ) \text{ とすると, } \sin \theta = \frac{\boxed{55} \sqrt{\boxed{56}}}{\boxed{57}} \text{ である。}$$

メモ・計算用紙

Ⅲ 直美さんと優奈さんが、お菓子作りについて話している。2人の会話を読みながら、次の 58 ~ 64 の中に適切な数字を入れなさい。ただし、(1)については、[選択肢]の中から選びなさい。

直美 : 今度、知り合いのケーキ屋で新商品のキャラメルの販売を手伝うことになったんだ。

優奈 : へー、その店のケーキはおいしいからキャラメルもおいしそう。

直美 : 新商品なのでまだ試作段階なんだけど、キャラメルの形やキャラメルに塗るチョコレートの量をいろいろと考えているんだって。

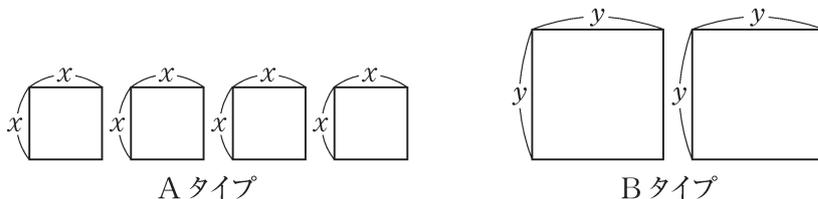
優奈 : どんなの？

直美 : キャラメルの形を2種類(Aタイプ, Bタイプ)作るんだって。どちらも厚さが1cmで、上面が正方形の形をした直方体(立方体も含む)なんだ。Aタイプは4個, Bタイプは2個にして合計6個をセットにするんだって。そしてAタイプにはチョコレートを側面の4つの面に塗り, Bタイプには上面の一面だけに塗るんだって。

優奈 : 何か他に決まっていることはあるの？

直美 : 1セットに入る6個のキャラメルの総量(体積)も決まっているんだって。そのもとので、2種類のキャラメルの上面の正方形の辺の長さをそれぞれどうするか試行錯誤しているんだって。キャラメルの材料は店に十分あるからいいんだけど、キャラメルに塗るチョコレートが特別なもので高価なため、仕入れるにあたって必要な分量がどのくらいかを知っておきたいんだって。

優奈 : なるほど。数学の表現に直すと、Aタイプの上面の正方形の1辺の長さを x (cm) ($x > 0$), Bタイプの上面の正方形の1辺の長さを y (cm) ($y > 0$) とすると、6個のキャラメルの総量(体積)は $4x^2 + 2y^2$ (cm^3) となるね。チョコレートの量(面積)はAタイプでは側面の面積の合計 $4x \times 4 = 16x$ (cm^2), Bタイプでは上面の面積の合計 $2y^2$ (cm^2) なので、あわせて $16x + 2y^2$ (cm^2) となるね。



直美 : うまく表すことができたね。今電話で知り合いのケーキ屋に伝えたよ。そうしたら、1セット6個のキャラメルの総量(体積)を一定の 36 (cm^3) にして、1セットあたりのチョコレートの量(面積)の最大値を知りたいんだって。

メモ・計算用紙

優奈 : つまり, 数学の問題に直すと, $4x^2 + 2y^2 = 36$ のときの, $16x + 2y^2$ の最大値を求めればいいことになるね。

直美 : どうすればいいかな。

優奈 : 文字は2つあるけど, 文字 y を消去して x だけの式に直せばいいよ。ただし, x と y は正より, x のとりうる値の範囲に注意してね。

(1) A タイプの上面の正方形の1辺の長さ x のとりうる値の範囲を求めると, である。

にあてはまるものを次の①～④の中から選び, その番号を答えなさい。

[選択肢]

- ① $0 < x$
- ② $0 < x < 1$
- ③ $0 < x < 2$
- ④ $0 < x < 3$
- ⑤ $0 < x < 9$

直美 : わかった。その x のとりうる値の範囲のもとで, y を消去して x だけにした式の最大値を求めるんだね。

(2) 1セットあたりのチョコレートの量(面積) $16x + 2y^2$ の最大値は, (cm^2) である。

直美 : わかった。実はさらに考えたいことがあるんだ。6個のキャラメルのセットを包む包装紙を仕入れる関係で, 6個のキャラメルを横に1列に並べたときの横の長さの最大値も知っておきたいんだって。

優奈 : 今回はチョコレートの厚さを無視すると, Aタイプの横の長さの合計 $4x$ (cm), Bタイプの横の長さの合計 $2y$ (cm) をあわせた $4x + 2y$ (cm) の最大値を考えるということね。

直美 : うーん, 今回は y を消去しにくいので, どう考えればいいのかなあ。

優奈 : こう考えてみるといいよ。 $x > 0, y > 0, 4x^2 + 2y^2 = 36$ のもとで, $4x + 2y$ が例えば12という値をとりうるか考えてみるね。 $x > 0, y > 0, 4x^2 + 2y^2 = 36$ と $4x + 2y = 12$ を連立して計算すると, 途中の計算は省くけど, $x = 1, y = 4$ という解が得られる。これは $x = 1, y = 4$ のときに $4x + 2y$ は12という値をとりうることを意味しているんだよ。

直美 : なるほど。連立して解があればその値をとるってことね。じゃあ、一般に $4x + 2y$ が k という値をとりうるかを考えてみればいいのかな。

優奈 : そう。 $x > 0$, $y > 0$, $4x^2 + 2y^2 = 36$ と $4x + 2y = k$ を連立して解があるような k の値の範囲を考えてみれば k の最大値もわかるよ。

(3) 6個のキャラメルを横に並べたときの横の長さ $4x + 2y$ の最大値は、 $\boxed{61} \sqrt{\boxed{62}}$ (cm) である。このとき、Aタイプの上面の正方形の1辺の長さ x は $\sqrt{\boxed{63}}$ (cm), Bタイプの上面の正方形の1辺の長さ y は $\sqrt{\boxed{64}}$ (cm) である。

IV 3人の大人と4人の子どもが1列に並ぶとする。次の $\boxed{65}$ ~ $\boxed{79}$ の中に適切な数字を入れなさい。

(1) 大人が全員隣り合う並び方は $\boxed{65}$ $\boxed{66}$ $\boxed{67}$ 通りある。

(2) どの大人どうしも隣り合わない並び方は $\boxed{68}$ $\boxed{69}$ $\boxed{70}$ $\boxed{71}$ 通りある。

(3) 子どもの誰かが隣り合う並び方は $\boxed{72}$ $\boxed{73}$ $\boxed{74}$ $\boxed{75}$ 通りある。

(4) 1列の左端から続けて何人かを取り出すと常に「(子どもの人数) \geq (大人の数)」が成り立つとする。

例えば、「子ども, 大人, 子ども, 子ども, 大人, 大人, 子ども」と並んだ場合

- ・左端から1人を取り出すと, 子ども1人, 大人0人
- ・左端から続けて2人を取り出すと, 子ども1人, 大人1人
- ・左端から続けて3人を取り出すと, 子ども2人, 大人1人
- ・左端から続けて4人を取り出すと, 子ども3人, 大人1人
- ・左端から続けて5人を取り出すと, 子ども3人, 大人2人
- ・左端から続けて6人を取り出すと, 子ども3人, 大人3人
- ・左端から続けて7人を取り出すと, 子ども4人, 大人3人

となり, 常に「(子どもの人数) \geq (大人の数)」が成り立っている。このような条件を満たす大人3人子ども4人の並び方は $\boxed{76}$ $\boxed{77}$ $\boxed{78}$ $\boxed{79}$ 通りある。

メモ・計算用紙