

数学の解答欄への記入方法

問題文の 中の解答番号に対応する答えをマークシートの解答欄の中から1つだけ選びマークしてください。

特に指示がないかぎり、符号(−, ±)又は数字(0~9)が入ります。①, ②, … の一つ一つは、これらのいずれか一つに対応します。それらを解答用紙の①, ②, … で示された解答欄にマークして答えてください。

例1. ①② に −5 と答えるとき

①	0 0 0 0 3 4 5 6 6 7 8 9 ● ⊖
②	0 0 0 0 3 4 ● 6 7 8 9 ⊖ ⊖

例2. ③④ に $-\frac{2}{3}$ と答えるときのように、解答が分数形で求められた場合、既約分数で答えてください。符号は分子につけ、分母にはつけません。(もし答えが整数であるときは分母は1とします。)

③	0 0 0 0 3 4 5 6 6 7 8 9 ● ⊖
④	0 0 ● 3 4 5 6 7 8 9 ⊖ ⊖
⑤	0 0 0 ● 4 5 6 6 7 8 9 ⊖ ⊖

小数の形で解答する場合、指定された桁数の一つ下の桁を四捨五入して答えてください。また、必要に応じて、指定された桁まで0にマークしてください。

例えば、⑥ . ⑦⑧ に 2.5 と答えたいときは、2.50 として答えてください。

根号を含む形で解答する場合、根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えてください。

例えば、⑨ $\sqrt{\text{⑩}}$ に $4\sqrt{2}$ と答えるところを、 $2\sqrt{8}$ のように答えてはいけません。

根号を含む分数形で解答する場合、例えば $\frac{\text{⑪}}{\text{⑭}} + \frac{\text{⑫}}{\text{⑭}} \sqrt{\text{⑬}}$ に $\frac{3+2\sqrt{2}}{2}$

と答えるところを、 $\frac{6+4\sqrt{2}}{4}$ や $\frac{6+2\sqrt{8}}{4}$ のように答えてはいけません。

数 学

(解答番号 ① ~ ⑥)

I 次の ① ~ ⑭ の中に適切な符号または数字を入れなさい。ただし、(4), (9) については、[選択肢]の中から選びなさい。

(1) $a + b + c = 6$, $ab + bc + ca = 15$ のとき, $a^2 + b^2 + c^2 =$ ① である。

(2) $x^4 - 7x^2 + 1$ を因数分解すると, $(x^2 +$ ② $x +$ ③ $) (x^2 -$ ④ $x +$ ⑤ $)$ である。

(3) m を正の実数の定数とし, x は $-2 \leq x \leq 1$ の範囲を動くとする。このとき, x についての関数 $f(x) = -x^2 + mx + m$ の最大値が 8 であるとする, m の値は, $\frac{\text{⑥}}{\text{⑦}}$ である。

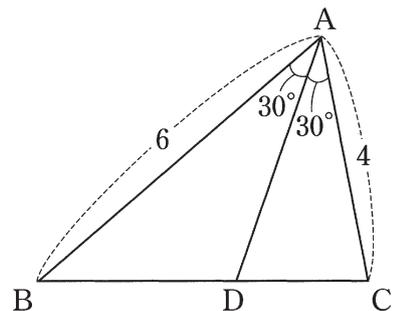
(4) ある全体集合を考え, A, B, C をそれぞれその部分集合とする。このとき, $\overline{A \cap (B \cup C)} =$ ⑧ である。

⑧ にあてはまるものを, 次の①~⑤の中から選び, その番号を答えなさい。

[選択肢]

- ① $\overline{A \cup (\overline{B \cup C})}$
- ② $\overline{A \cup (\overline{B} \cap \overline{C})}$
- ③ $(\overline{A \cup B}) \cap \overline{C}$
- ④ $\overline{A} \cap (\overline{B} \cap \overline{C})$
- ⑤ $\overline{A} \cap (\overline{B \cup C})$
- ⑥ $(\overline{A} \cap \overline{B}) \cap \overline{C}$

(5) 右図において, $AD = \frac{\text{⑨} \text{⑩} \sqrt{\text{⑪}}}{\text{⑫}}$ である。



メモ・計算用紙

(6) 7個の数字0, 1, 2, 3, 4, 5, 6から同じ数字を使わないで4桁の整数を作るとき,

通りの整数ができる。

(7) 正四面体の各面に1, 2, 3, 4の数字が書かれているさいころがある。このさいころを4

回投げるとき, 1が1回, 2が1回, 3以上が2回出る確率は, $\frac{\text{16}}{\text{17 18}}$ である。ただし, 正

四面体のさいころの目が出るとはその目が底面になることであり, どの面が出る確率も同様に確からしいものとする。

(8) 自然数 n の正の約数は4個あり, 正の倍数のうち80以下のものが5個ある。このとき,

n は小さいものから順に, とである。

(9) 空間において, α, β, γ は平面, l, m は直線を表すとする。次の①~④の中から間違っ

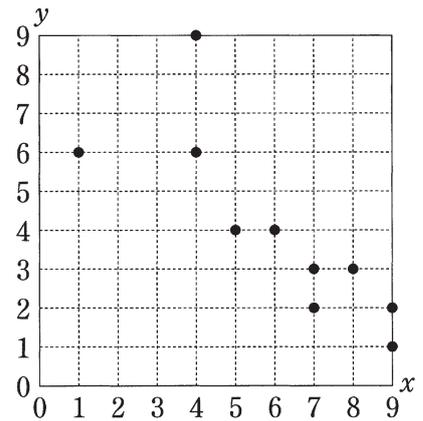
ているものを選び, その番号を答えなさい。解答欄は。ただし, 記号「//」は平行であることを, 「 \perp 」は垂直であることを表し, 直線が平面上にあるときも平行とみなす。

[選択肢]

- ① $\alpha // \beta, \beta // l$ ならば $\alpha // l$
- ② $\alpha \perp \beta, \beta // \gamma$ ならば $\alpha // \gamma$
- ③ $\alpha \perp l, l \perp m$ ならば $\alpha // m$
- ④ $\alpha // l, l // m$ ならば $\alpha // m$
- ⑤ $\alpha \perp l, l \perp \beta$ ならば $\alpha // \beta$

メモ・計算用紙

Ⅱ 右図はあるクラスの10人についてそれぞれ9点満点の数学と英語のテストを行い、数学の得点を変数 x 、英語の得点を変数 y とし、得点のデータを散布図にしたものである。数学のデータを横軸に、英語のデータを縦軸にとっている。なお、得点は整数である。

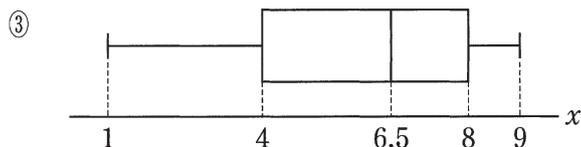
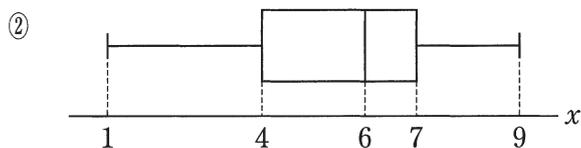
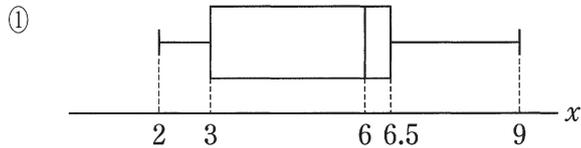
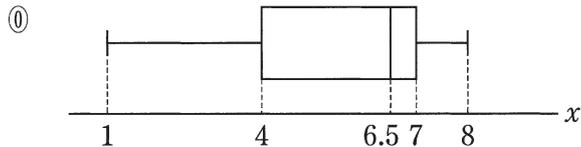


次の ～ の中に適切な数字を入れなさい。ただし、(2), (3), (4), (5)については、[選択肢]の中から選びなさい。

(1) 変数 x のデータの平均は、 である。

(2) 変数 x のデータの箱ひげ図として正しいものを、次の①～③の中から選び、その番号を答えなさい。解答欄は 。

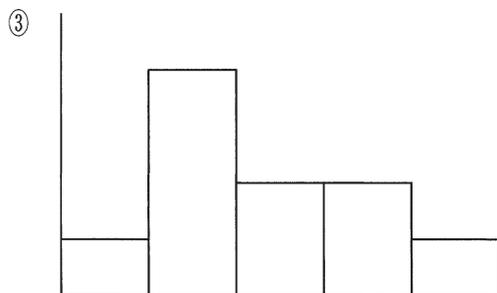
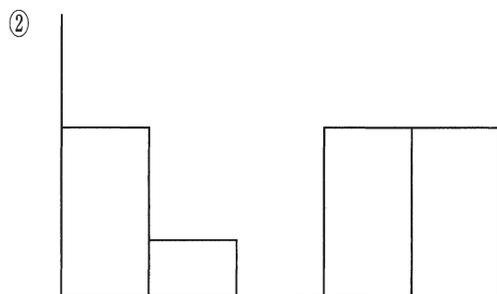
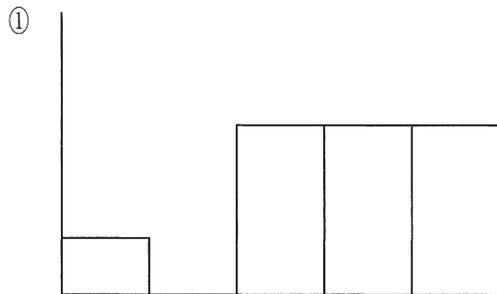
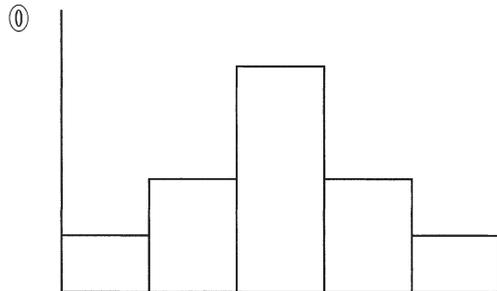
[選択肢]



メモ・計算用紙

- (3) 変数 x , y それぞれのデータをヒストグラムにした。ヒストグラムの形として正しいものは、変数 x のデータのヒストグラムが , 変数 y のデータのヒストグラムが である。 , にあてはまるものを、それぞれ次の①～③の中から選び、その番号を答えなさい。

[選択肢]



メモ・計算用紙

- (4) 変数 x , y のデータの相関係数を r とする。 r が満たす不等式として正しいものを, 次の ①～③の中から選び, その番号を答えなさい。解答欄は 。

[選択肢]

- ① $0.7 < r < 1$
- ② $0 < r < 0.3$
- ③ $-0.3 < r < 0$
- ④ $-1 < r < -0.7$

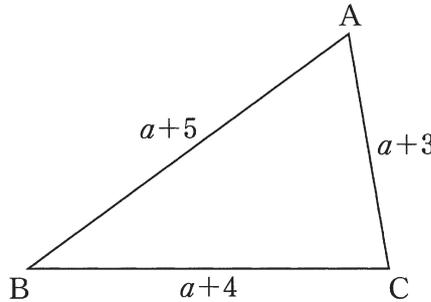
- (5) 変数 x , y のデータの説明として正しいものを, 次の ①～⑤の中から 2 つ選び, その番号を小さい順に答えなさい。解答欄は , 。

[選択肢]

- ① 変数 x のデータの最大値は変数 y のデータの最大値より大きい
- ② 変数 x のデータの最小値は変数 y のデータの最小値と同じである
- ③ 変数 x のデータの値をそれぞれ 2 倍にすると相関係数は 2 倍になる
- ④ 変数 x のデータの値をそれぞれ $\frac{1}{2}$ 倍にすると相関係数は 2 倍になる
- ⑤ $(x, y) = (1, 6)$ のデータの組を, $(x, y) = (2, 7)$ に変更すると, 相関係数は小さくなる
- ⑥ 変数 x のデータの値を縦軸に, 変数 y のデータの値を横軸に描くように変更すると, 相関係数は -1 倍になる

メモ・計算用紙

- Ⅲ 授業で、先生が生徒に次のような課題を出した。これについて美保さんと麻衣さんが一緒に取り組んでいる。2人の会話を読みながら、次の ③① ~ ④⑤ の中に適切な符号または数字を入れなさい。ただし、(1), (5)については、[選択肢]の中から選びなさい。

<p>【課題】 各辺が $AB = a + 5$, $BC = a + 4$, $CA = a + 3$ の $\triangle ABC$ について、a の変化にともなって三角形の形状や外接円の半径がどのように変化するか調べよ。</p>	
---	---

美保：まず「三角形の形状の変化を調べなさい」だから、 a の値により $\triangle ABC$ が直角三角形や鋭角三角形、正三角形、鈍角三角形などになるんだろうね。

麻衣：どの辺の長さにも a が含まれているので、わかりにくそう。いったん、具体的な値をあてはめてみてはどうだろう。

美保： $a = 0$ について考えてみると、 $\triangle ABC$ が直角三角形になるのがすぐにわかる。では、 $a = 1$ について形状を調べてみよう。鋭角三角形になると思うのだけれど、どうやって調べればわかるかな。

- (1) $a = 1$ のとき、 $\triangle ABC$ が鋭角三角形になることを確認する方法として適切なものを、次の①~⑤の中から選び、その番号を答えなさい。解答欄は ③① 。

[選択肢]

- ① $\cos A$ の値を調べる
- ② $\cos B$ の値を調べる
- ③ $\cos C$ の値を調べる
- ④ $\sin A$ の値を調べる
- ⑤ $\sin B$ の値を調べる
- ⑥ $\sin C$ の値を調べる

メモ・計算用紙

美保：「三角形の形状の変化を調べる」ことは言い換えると、各辺が $AB = 5$, $BC = 4$, $CA = 3$ の $\triangle ABC$ に対し、「すべての辺を a だけ長くするとどうなるかを考える」ということだよな。

麻衣：待って、 $a > 0$ とは限らない。すべての辺が同じだけ短くなってもいいはずだよ。

美保：そうか。でも、 a はどんな値でもとれるわけではなさそうだ。そこで、 a の値の範囲を考えてみよう。

(2) a が変化しうる値の範囲を求めると、 $\boxed{32} \boxed{33} < a$ である。

麻衣：次に、鈍角三角形になるのは a の値がどのようなときかを調べよう。

美保：直感でわかりそうだけれど、まずは具体的な例で考えてみよう。例えば、鈍角が 120° の三角形では、 a の値はようになるだろう。

麻衣：3 辺の長さとして 1 つの角の大きさが与えられているのだから、 a の値が求められそうだし、このときの $\triangle ABC$ の外接円の半径も求められそうだよ。

(3) 鈍角が 120° のとき、 a の値を求めると、 $\frac{\boxed{34} \boxed{35}}{\boxed{36}}$ である。また、このときの

$\triangle ABC$ の外接円の半径は、 $\frac{\boxed{37} \sqrt{\boxed{38}}}{\boxed{39}}$ である。

美保：鈍角が 120° のときに a の値が求められたのだから、 $\triangle ABC$ が鈍角三角形になるときの a の値の範囲も求められるんじゃないかな。

(4) $\triangle ABC$ が鈍角三角形になるときの a の値の範囲を求めると、 $\boxed{32} \boxed{33} < a < \boxed{40}$ である。

麻衣： a の値が小さくなると鈍角三角形になるみたいだけれど、 a が変化しうる値の範囲は (2) で求めたように、 $a > \boxed{32} \boxed{33}$ と決まっていた。 a が $\boxed{32} \boxed{33}$ の値に近づくとともに、 $\triangle ABC$ はどのように変化するのだろう。逆に、 a の値はいくらでも大きくできそうだけれど、大きくしていくと $\triangle ABC$ はどのように変化するのだろう。

メモ・計算用紙

(5) 2つの a の値の, $\triangle ABC$ の形状について考える。 $a = \boxed{32\ 33} + 0.1$ のときの $\triangle ABC$ の形状として最もよくあてはまるのは $\boxed{41}$, $a = 100$ のときの $\triangle ABC$ の形状の形状として最もよくあてはまるのは $\boxed{42}$ である。 $\boxed{41}$, $\boxed{42}$ にあてはまるものを, それぞれ次の①～④の中から選び, その番号を答えなさい。

[選択肢]

- ① 直角三角形に近い三角形
- ② 正三角形に近い三角形
- ③ 直角二等辺三角形に近い三角形
- ④ ある角が 180° に近いつぶれた三角形
- ⑤ ある角が 120° に近い鈍角三角形

美保：鈍角が 120° のときに調べた外接円の半径も, たぶん a の値の変化によって変わるんだろうね。どのように変化するのか, 1つ具体的な a の値で確認してみよう。

(6) $\triangle ABC$ の外接円の半径について, $a = 2$ のときのものを R' , (3) で求めた鈍角が 120° のときのものを R とすると, R は R' の, $\frac{\boxed{43} \sqrt{\boxed{44}}}{\boxed{45}}$ 倍である。

メモ・計算用紙

IV 方程式 $\frac{6}{x} + \frac{8}{y} = 3$ ……(*) を満たす自然数 x, y を求めることを考えていく。

次の $\boxed{46} \sim \boxed{61}$ の中に適切な符号または数字を入れなさい。

(1) (*) の分母を払うために両辺に xy を掛けると、

$$6y + 8x = 3xy \quad \text{……①}$$

となる。さらに移項して整理すると、

$$3xy - 6y - 8x = 0 \quad \text{……②}$$

となる。

ここで例えば、②を、左辺が因数分解された $(ax + b)(cy + d) = e$ の形に変形することを考える。②の右辺は0であるため、両辺を定数倍(同じ数を掛けたり同じ数で割ったり)することで左辺の係数を調整することができる。そこで、まず②を、 $(x + A)(y + B) = C$ の形に変形することを考える。その後、文字 A, B, C の部分が整数になるように調整すると、

$$(x - \boxed{46}) (\boxed{47}y - \boxed{48}) = \boxed{49} \boxed{50}$$

となる。

(2) x, y は自然数だから、 $x \geq 1, y \geq 1$ である。このとき、

$$x - \boxed{46} \geq \boxed{51} \boxed{52}, \quad \boxed{47}y - \boxed{48} \geq \boxed{53} \boxed{54}$$

が言える。

(3) (1) より、 $x - \boxed{46}$ は $\boxed{49} \boxed{50}$ の約数で、(2) より、 $x - \boxed{46} \geq \boxed{51} \boxed{52}$ である。

$\boxed{47}y - \boxed{48}$ についても同様に考える。 $(x - \boxed{46}, \boxed{47}y - \boxed{48})$ の組の候補を考えることで、方程式(*) を満たす自然数 x, y を求めると、 x の小さい順に、

$$(x, y) = (\boxed{55}, \boxed{56}), (\boxed{57}, \boxed{58}), (\boxed{59}, \boxed{60}), (\boxed{61})$$

となる。

メモ・計算用紙