数　　学　(2024)

（注意事項）

1　問題文は７ページあります。見開いた右半分は余白になっています。

2　解答は本冊子の裏表紙にある〔解答上の注意〕に従って，解答用紙の所定欄に記入してください。下書きには，問題冊子の余白を利用してください。ただし，回収はしませんので採点の対象とはなりません。

3　解答はすべてマークセンス方式となっていますので，解答用紙の注意事項をよく読み解答してください。

4　受験番号・氏名・フリガナは，監督者の指示に従って，解答用紙の所定欄に丁寧に記入してください。

5　解答用紙にマークセンス方式の受験番号欄があります。受験番号をマークする際は濃く丁寧にぬってください。

6　試験中に問題冊子の印刷不鮮明，ページ落丁・乱丁及び解答用紙の汚れ等に気づいた場合は，手を挙げて監督者に知らせてください。

1 次の各問の $\boxed{}$ に適する答を解答欄にマークせよ。

[1] 2次方程式 $x^2+3x+6=0$ の2つの解を α, β とするとき, $\alpha^2+\beta^2=\boxed{アイ}$,
$\alpha^3+\beta^3=\boxed{ウエ}$, $\dfrac{\alpha}{\beta}+\dfrac{\beta}{\alpha}=\dfrac{\boxed{オカ}}{\boxed{キ}}$ である。

[2] $a:b:c=3:4:5$, $a^2+b^2+c^2=450$ のとき, $a=\pm\boxed{ク}$, $b=\pm\boxed{ケコ}$,
$c=\pm\boxed{サシ}$ （複号同順）である。

[3] 実数 a, b, c, d を

$$a=\log_3 2^{1.5}$$
$$b=\log_{\frac{1}{3}}\frac{2}{5}$$
$$c=\log_9 7$$
$$d=\log_{27} 20$$

と定義すると, a, b, c, d の大小関係を表す不等式として
$\boxed{ス}<\boxed{セ}<\boxed{ソ}<\boxed{タ}$ が成り立つ。

[4] a を定数とする方程式

$$|x^2-3x|+x-a=0 \quad \cdots\cdots ①$$

が実数解をもつのは $a\geqq\boxed{チ}$ のときであり, $a=\boxed{ツ}$, $\boxed{テ}$ のとき, 異なる実数解の個数は3個である。ただし, $\boxed{ツ}<\boxed{テ}$ とする。

また, 方程式①の異なる実数解の個数が2個であるとき, それらの差の絶対値が6以上となるのは $a\geqq\boxed{ト}$ のときである。

$\boxed{2}$ 次の各問の $\boxed{}$ に適する答を解答欄にマークせよ。

[1] 5進法で表された数 $203_{(5)}$ を10進法で表すと $\boxed{アイ}$ となり，7進法で表すと $\boxed{ウエオ}_{(7)}$ となる。

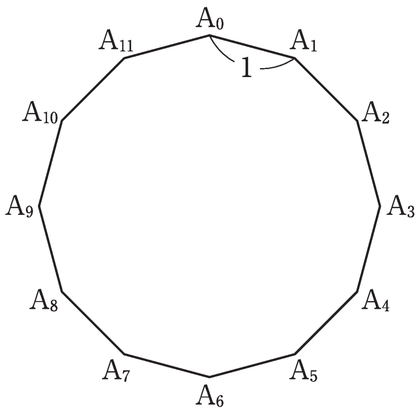
[2] a，b は整数とする。a を6で割ると x 余り，b を6で割ると1余る。$a^2 + b^2$ を12で割った余りが5であるとき，$x = \boxed{カ}$，$\boxed{キ}$ である。ただし，$\boxed{カ} < \boxed{キ}$ とする。

[3] 4個の数字1，2，3，4を重複を許して使ってできる3桁の整数のうち，偶数は $\boxed{クケ}$ 個あり，また，220以上の整数は $\boxed{コサ}$ 個ある。

[4] a，b は自然数で，$a > b$ とする。長さが8，$a - b$，$2a + b$ の線分を3辺とする三角形が存在するような a，b の組は，全部で $\boxed{シ}$ 個ある。

$\boxed{\mathbf{3}}$ 次の各問の $\boxed{}$ に適する答を解答欄にマークせよ。

［1］ 下の図のような，1 辺の長さが 1 の正十二角形 $A_0A_1A_2A_3A_4A_5A_6A_7A_8A_9A_{10}A_{11}$ がある。点 A_0 を出発点とし，この正十二角形の辺上を動く点 P がある。



⑴ 1 個のさいころを投げて，点 P は出た目の数だけ時計回りに動く。さいころを 3 回続けて投げたとき，点 P がちょうど頂点 A_4 にある確率は $\dfrac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イウ}}}$ である。

⑵ 1 個のさいころを投げて，1 の目が出たときには点 P は 6 だけ時計回りに動き，2 または 3 の目が出たときには点 P は 3 だけ反時計回りに動き，4 以上の目が出たときには点 P は動かない。さいころを 3 回続けて投げたとき，点 P がちょうど頂点 A_0 にある確率は $\dfrac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オ}}}$ である。

⑶ 1 個のさいころを投げて，偶数の目が出たときには点 P は出た目の数だけ時計回りに動き，奇数の目が出たときには点 P は出た目の数だけ反時計回りに動く。さいころを 2 回続けて投げたとき，点 P がちょうど頂点 A_8 にある確率は $\dfrac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キク}}}$ であり，点 P がちょうど頂点 A_9 にある確率は $\dfrac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コサ}}}$ である。

（ $\boxed{\mathbf{3}}$ は次ページに続く。）

［2］　分数を次のように並べた数列を考える。

$$\frac{1}{2},\ \frac{2}{3},\ \frac{1}{3},\ \frac{3}{4},\ \frac{2}{4},\ \frac{1}{4},\ \frac{4}{5},\ \frac{3}{5},\ \frac{2}{5},\ \frac{1}{5},\ \frac{5}{6},\ \frac{4}{6},\ \frac{3}{6},\ \frac{2}{6},\ \cdots\cdots \qquad \cdots\cdots①$$

⑴　①の表し方の中で $\frac{20}{24}$ は，第 $\boxed{\text{シスセ}}$ 項に現れる。

⑵　①の表し方の中で第 2024 項に現れる分数の分子は $\boxed{\text{ソタ}}$ ，分母は $\boxed{\text{チツ}}$ である。

⑶　初項から第 666 項までの和は $\boxed{\text{テトナ}}$ である。

4 次の各問の $\boxed{}$ に適する答を解答欄にマークせよ。

座標平面で，方程式 $y = x^3 - 6x^2 + 3x + 10$ の表す曲線を C とする。また，定数 a に対し，方程式 $y = 3x + a$ の表す直線を $l(a)$ とする。曲線 C と直線 $l(a)$ の共有点の個数は2個であるとする。

(1) 曲線 C の形状より，曲線 C と直線 $l(a)$ は2個の共有点のうちの1点で接していることがわかる。このときの接点の x 座標は $\boxed{\text{ア}}$ または $\boxed{\text{イ}}$ である。
ただし，$\boxed{\text{ア}} < \boxed{\text{イ}}$ とする。

(2) 接点の x 座標が $\boxed{\text{ア}}$ のとき，曲線 C と直線 $l(a)$ の接点の座標は $\left(\boxed{\text{ア}},\ \boxed{\text{ウエ}}\right)$ である。よって $a = \boxed{\text{オカ}}$ である。さらに，曲線 C と直線 $l(a)$ の接点ではない方の共有点の座標は $\left(\boxed{\text{キ}},\ \boxed{\text{クケ}}\right)$ である。以下，$a = \boxed{\text{オカ}}$ のときの直線 $l(a)$ を l_1 とする。

(3) 接点の x 座標が $\boxed{\text{イ}}$ のとき，曲線 C と直線 $l(a)$ の接点の座標は $\left(\boxed{\text{イ}},\ \boxed{\text{コサシ}}\right)$ である。よって $a = \boxed{\text{スセソ}}$ である。さらに，曲線 C と直線 $l(a)$ の接点ではない方の共有点の座標は $\left(\boxed{\text{タチ}},\ \boxed{\text{ツテト}}\right)$ である。以下，$a = \boxed{\text{スセソ}}$ のときの直線 $l(a)$ を l_2 とする。

(4) 直線 l_1 と直線 l_2 の距離は $\dfrac{\boxed{\text{ナニ}}\sqrt{\boxed{\text{ヌネ}}}}{\boxed{\text{ノ}}}$ である。

(5) 曲線 C と直線 l_1 で囲まれる領域の面積は $\boxed{\text{ハヒフ}}$ である。

5 次の各問の $\boxed{}$ に適する答を解答欄にマークせよ。

AB $= 7$，AC $= 4$，$\overrightarrow{\mathrm{AB}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{AC}} = 20$ である△ABC の内接円の中心を I とし，直線 AI と辺 BC の交点を D とする。

(1) ベクトル $\overrightarrow{\mathrm{AB}}$，$\overrightarrow{\mathrm{AC}}$ のなす角を θ とするとき，$\cos\theta = \dfrac{\boxed{ア}}{\boxed{イ}}$ であり，辺 BC の長さは $\boxed{ウ}$ である。

(2) △ABC の面積は $\boxed{エ}\sqrt{\boxed{オ}}$ であり，内接円の半径は $\dfrac{\sqrt{\boxed{カ}}}{\boxed{キ}}$ である。また，△ABD の面積は $\dfrac{\boxed{クケ}\sqrt{\boxed{コ}}}{\boxed{サシ}}$ である。

(3) $\overrightarrow{\mathrm{AD}} = \dfrac{\boxed{ス}}{\boxed{セソ}}\overrightarrow{\mathrm{AB}} + \dfrac{\boxed{タ}}{\boxed{チツ}}\overrightarrow{\mathrm{AC}}$ と表すことができ，AD $= \dfrac{\boxed{テ}\sqrt{\boxed{トナ}}}{\boxed{ニヌ}}$ である。

(4) $\overrightarrow{\mathrm{AI}} = \dfrac{\boxed{ネ}}{\boxed{ノ}}\overrightarrow{\mathrm{AB}} + \dfrac{\boxed{ハ}}{\boxed{ヒフ}}\overrightarrow{\mathrm{AC}}$ と表すことができる。

6 次の各問の $\boxed{}$ に適する答を解答欄にマークせよ。

座標平面で，点 A をとり，A の座標を (1, 3) とする。

(1) 2 点 B $(2\sqrt{2},\ 0)$，C $\left(\dfrac{\sqrt{2}}{2},\ 0\right)$ に対して，BP : CP = 2 : 1 であるような点 P の軌跡は，中心が点 $\left(\boxed{ア},\ \boxed{イ}\right)$，半径が $\sqrt{\boxed{ウ}}$ の円である。この円を D とする。

(2) 中心が点 A，半径が r の円と円 D が外接するのは，$r = \sqrt{\boxed{エオ}} - \sqrt{\boxed{カ}}$ のときである。

(3) 点 A を通り，円 D に接する直線の方程式は

$$y = x + \boxed{キ} \quad \cdots\cdots①$$

$$y = \boxed{クケ}\,x + \boxed{コサ} \quad \cdots\cdots②$$

の 2 つである。円 D と接線①の接点の座標は $\left(\boxed{シス},\ \boxed{セ}\right)$ であり，円 D と接線②の接点の座標は $\left(\dfrac{\boxed{ソ}}{\boxed{タ}},\ \dfrac{\boxed{チ}}{\boxed{ツ}}\right)$ である。

(4) 4 点 A (1, 3)，$\left(\boxed{ア},\ \boxed{イ}\right)$，$\left(\boxed{シス},\ \boxed{セ}\right)$，$\left(\dfrac{\boxed{ソ}}{\boxed{タ}},\ \dfrac{\boxed{チ}}{\boxed{ツ}}\right)$ を頂点とする四角形の周および内部を領域 E とする。点 $(x,\ y)$ が領域 E を動くとき，$ax + y$ が $x = 1$，$y = 3$ で最大値をとり，$x = \boxed{シス}$，$y = \boxed{セ}$ で最小値をとるのは，定数 a の値の範囲が $\boxed{テ} \leqq a \leqq \boxed{ト}$ のときである。

(5) 4 点 A (1, 3)，$\left(\boxed{ア},\ \boxed{イ}\right)$，$\left(\boxed{シス},\ \boxed{セ}\right)$，$\left(\dfrac{\boxed{ソ}}{\boxed{タ}},\ \dfrac{\boxed{チ}}{\boxed{ツ}}\right)$ を頂点とする四角形の面積は $\boxed{ナ}$ である。

解答上の注意

1．　問題の文中の $\boxed{\text{　ア　}}$ ，$\boxed{\text{　イウ　}}$ ，$\boxed{\text{エオカ}}$ などの $\boxed{\text{　　　　}}$ には，特に指示がない限り，数字（0～9），アルファベット（a～d）または負の符号（－）が入る。ア，イ，ウ，…… の一つ一つは，これらのいずれか一つに対応する。それらを解答用紙のア，イ，ウ，…… で示された解答欄にマークせよ。

［例1］ $\boxed{\text{アイウ}}$ に－86と答えたいとき

ア	●	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	a	b	c	d
イ	⊖	0	1	2	3	4	5	6	7	●	9	a	b	c	d
ウ	⊖	0	1	2	3	4	5	●	7	8	9	a	b	c	d

［例2］ $\boxed{\text{　エ　}} - \boxed{\text{　オ　}}$ に $9-a$ と答えたいとき

エ	⊖	0	1	2	3	4	5	6	7	8	●	a	b	c	d
オ	⊖	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	●	b	c	d

2．　分数で解答するときは，既約分数（それ以上約分できない分数）で答えよ。符号は分子に付け，分母に付けた形では答えないこと。

［例3］ $\dfrac{\boxed{\text{カキ}}}{\boxed{\text{　ク　}}}$ に $-\dfrac{2}{7}$ と答えたいときは，$\dfrac{-2}{7}$ として

カ	●	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	a	b	c	d
キ	⊖	0	1	●	3	4	5	6	7	8	9	a	b	c	d
ク	⊖	0	1	2	3	4	5	6	●	8	9	a	b	c	d

3．　根号を含む形で解答する場合は，根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えよ。

　例えば，$4\sqrt{2}$，$\dfrac{\sqrt{13}}{2}$ と答えるところを，$2\sqrt{8}$，$\dfrac{\sqrt{52}}{4}$ のように答えないこと。