

数 学

(2024)

- (注意事項)
- 1 問題文は4ページあります。
 - 2 解答は、問題冊子に折り込まれている解答用紙（オモテとウラの両面）の所定欄に記入してください。下書きは、問題冊子の余白を利用してください。ただし、回収はしませんので採点の対象とはなりません。
 - 3 定規は使用することができます。計算・メモ・通信などの機能をもった時計や電卓、携帯電話などは使用できません。
 - 4 受験番号・氏名・フリガナは、監督者の指示に従って、解答用紙の所定欄に丁寧に記入してください。正しく記入されていない場合は、採点できないことがあります。
 - 5 試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページ落丁・乱丁及び解答用紙の汚れなどに気づいた場合は、手を挙げて監督者に知らせてください。

1 次の に当てはまる数値または式を答えよ。

[1] a を実数の定数とする。2次方程式 $x^2 + (a-1)x + a^2 - \frac{7}{4} = 0$ が、異なる2つの正の解をもつような a の値の範囲は ア であり、正の解と負の解を1つずつもつような a の値の範囲は イ である。

[2] 関数 $f(x) = \sin 2x + 2 \cos^2 x$ ($0 \leq x < \pi$) が最大値をとるのは $x =$ ウ のときである。また、関数 $f(x)$ の最小値は エ である。

[3] $(x+1)^9$ を展開したときの x^2 の係数は オ であり、 8^9 を 343 で割った余りは カ である。

2 関数

$$f(x) = \frac{\log x}{\sqrt{x}} \quad (x > 0)$$

について、以下の各問に答えよ。

- (1) $f(x)$ の極値を求めよ。
- (2) $2^{\sqrt{3}}$ と $3^{\sqrt{2}}$ の大小を比較せよ。
- (3) 座標平面において、曲線 $y = f(x)$ と x 軸、および直線 $x = e^2$ で囲まれた部分を D とするとき、 D の面積 S を求めよ。
- (4) (3)の D を x 軸の周りに 1 回転させてできる立体の体積 V を求めよ。

3 2つの整式

$$f(x) = x^4 - 5x^3 + 5x^2 + 17x - 36,$$

$$g(x) = x^3 - 2x^2 - x + 16$$

に対して、以下の各問に答えよ。

- (1) $f(x)$ を $g(x)$ で割ったときの商と余りを求めよ。
- (2) ある虚数 α に対して $f(\alpha)$ と $g(\alpha)$ がともに実数になるとき、 $f(\alpha)$ の値と $g(\alpha)$ の値を求めよ。
- (3) (2)のとき、 α を求めよ。

4 $\triangle ABC$ の内部に点 S を, $\triangle SAB$, $\triangle SBC$, $\triangle SCA$ の面積の比が $2:3:5$ となるようにとり, 直線 AS と直線 BC の交点を T とする。このとき, 以下の各問に答えよ。

- (1) $BT:TC$ および $AS:ST$ を求めよ。
- (2) \overrightarrow{AS} を \overrightarrow{AB} と \overrightarrow{AC} を用いて表せ。
- (3) $\overrightarrow{AS} + b\overrightarrow{BS} + c\overrightarrow{CS} = \vec{0}$ が成り立つように実数 b, c を定めよ。

—問題文終り—