

数 学

第1問 以下の空欄を適宜埋めよ.

(1) 周の長さが24となる長方形の面積を20以上, 35以下にするための必要十分条件は, 長方形の短い方の辺の長さを 以上, 以下にすることである.

(2) a は正の整数とする. 整数全体を全体集合 U とし, U の部分集合 A, B を

$$A = \{1, 5, 2a^2 - 6\}, B = \{2, 6, a^2, a^3 - 3\}$$

とする. $A \cap B = \{2, 5\}$ であるとき, 定数 a の値は である. また,

このとき $\bar{A} \cap B = \{ \text{エ}, \text{オ} \}$ である.

ただし, $<$ とする.

(3) 30個の値からなるデータがあり, 平均値は55, 分散は825である. ここで, 新たなデータ

55, 55, 55

を追加したとき, 33個の値からなるデータの平均値は ,

分散は である.

第2問 以下の空欄を適宜埋めよ.

(1) 369, 949, 1645 のいずれを割っても 21 余るような自然数の個数は であり, 最大のものは である.

(2) さいころを 3 回投げ, 出た目を大きい順に x, y, z ($x \geq y \geq z$) とする. $AB=x, AD=y, AE=z$ となる直方体 ABCD-EFGH について考える.

i) $x+y+z=9$ のとき, 直方体 ABCD-EFGH から三角錐 A-BDE を切り

取った残りの部分の最大の体積は $\frac{\text{オカ}}{\text{キ}}$, 最小の体積は である.

また, $x+y+z=9$ のとき, 直方体 ABCD-EFGH から三角錐 A-BDE を切り取った残りの部分の体積が 20 以上になる組 (x, y, z) は 個ある.

ii) x, y, z がそれぞれ異なる値で $x+y+z=8$ のとき,

三角形 BDE の最大の面積は $\frac{\text{サシ}}{\text{ス}}$,

最小の面積は $\frac{\sqrt{\text{セソタ}}}{\text{チ}}$ である.

第3問 以下の空欄を適宜埋めよ.

(1) $a > 1, b > 1, c > 1$ で $\log_b a < \log_c a$ とする. 下の選択肢①から⑥までのうちから各空欄に該当するものを選べ. 同じものを繰り返し選んでもよい.

i) $\log_a b$ $\log_a c$

ii) $\log_b a$ $\frac{\log_b a + \log_c a}{2}$

① <

② \leq

③ =

④ \geq

⑤ >

⑥ 該当するものがない

(2) a は正の定数とする. 関数 $f(x) = ax^3 - ax^2 - 6ax$ について考える.

a の値に関わらず曲線 $y = f(x)$ が通過する定点の座標は

$$\left(-\text{ウ}, \text{エ}\right), \left(\text{オ}, \text{カ}\right), \left(\text{キ}, \text{ク}\right)$$

である. ただし, < とする.

この曲線 $y = f(x)$ 上の原点における接線を l とすると, 接線 l の方程式は

$$y = -\text{ケ}ax$$

である.