

数 学

第1問 以下の空欄を適宜埋めよ.

(1) 次の連立方程式

$$\begin{cases} 2xy + x + y = 17 \\ 3xy - (x + y) = 13 \end{cases}$$

の解は, $(x, y) = (\boxed{\text{ア}}, \boxed{\text{イ}}), (\boxed{\text{ウ}}, \boxed{\text{エ}})$ である.

ただし, $\boxed{\text{ア}} < \boxed{\text{ウ}}$ とする.

(2) $a > 0, 0 \leq \theta \leq \pi$ として, θ の関数 $y = a \sin \theta - \sin 2\theta + a \cos \theta$ を考える.

y の最小値が最も大きくなるのは $a = \sqrt{\boxed{\text{オ}}} - \boxed{\text{カ}}$ のときで, そのと

きの y の最小値は $\boxed{\text{キ}} - \sqrt{\boxed{\text{ク}}}$ である.

(3) 全体集合を $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ とするとき, 部分集合は全部で $\boxed{\text{ケコ}}$

個ある. また, 3個の要素からなる部分集合は全部で $\boxed{\text{サシ}}$ 個ある.

第2問 以下の空欄を適宜埋めよ.

(1) $\triangle ABC$ において、辺 BC を $7:3$ に内分する点を D 、辺 AB を $2:5$ に内分する点を E とする. 線分 AD と線分 CE の交点を G 、直線 BG と辺 AC の交点を F とする. このとき、 $AF:FC = \boxed{\text{アイ}} : \boxed{\text{ウエ}}$ 、 $BG:GF = \boxed{\text{オカ}} : \boxed{\text{キ}}$ である.

(2) 3個のさいころを投げて出た目を並べて整数を作るとき、3桁の整数は全部で $\boxed{\text{クケコ}}$ 個あり、そのうち9で割り切れないものは $\boxed{\text{サシス}}$ 個である.

(3) a, b, c は0でない実数とする. $abc=1$ であるとき、
$$\frac{a}{ab+a+1} + \frac{b}{bc+b+1} + \frac{c}{ca+c+1} = \boxed{\text{セ}}$$
 である.

第3問 以下の空欄を適宜埋めよ。ただし、 $\log_{10}2=0.3010$ 、 $\log_{10}3=0.4771$ とする。

(1) 3^{40} は 桁の整数となる。

(2) 2^n が 22 桁の整数となる最大の整数 n は である。

(3) $(0.72)^{30}$ を小数で表したとき、小数第 位に初めて 0 でない数字が現れる。

第4問 以下の空欄を適宜埋めよ.

(1) 点Pが円 $x^2+y^2=16$ 上を動くとき, 点A(8, 0)と点Pを結ぶ線分APを

2:1に内分する点Qの軌跡は, $\left(\frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}, \boxed{\text{ウ}} \right)$ を中心とする

半径 $\frac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オ}}}$ の円である.

(2) 曲線 $y=x^3-x$ を考える.

i) 曲線と x 軸の共有点は, 点A $(-\boxed{\text{カ}}, 0)$, 点B $(\boxed{\text{キ}}, 0)$,
点C $(\boxed{\text{ク}}, 0)$ である. ただし, $\boxed{\text{キ}} < \boxed{\text{ク}}$ である.

ii) 曲線に点C $(\boxed{\text{ク}}, 0)$ から引いた接線の接点は,

点Cと点D $\left(-\frac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}}, \frac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シ}}} \right)$ である.