数　　学

第 1 問　以下の空欄を適宜埋めよ.

(1)　△ABC において，∠ABC = 60°，AB + BC = 3，辺 BC の中点を M とすると

き，線分 AM の長さが最小になるのは $\mathrm{BC}=\dfrac{\boxed{\text{アイ}}}{\boxed{\text{ウ}}}$ のときである.

(2)　放物線 $y=-x^2+6x-5$ と x 軸で囲まれた部分に，長方形 ABCD を C，D が x 軸上にあるように内接させる．この長方形の周の長さが最大となるとき，短い方の辺の長さは $\boxed{\text{エ}}$ である.

(3)　$A=\{x\,|\,x^3+x^2-6x>0,\ x\text{ は実数}\}$，$B=\{x\,|\,x^2-4x-5\leqq 0,\ x\text{ は実数}\}$ のとき，$\overline{A}\cap B=\{x\,|\,\boxed{\text{オ}}\leqq x\leqq\boxed{\text{カ}},\ x\text{ は実数}\}$，

$A\cup\overline{B}=\{x\,|\,x^2-\boxed{\text{キ}}\,x>0,\ x\text{ は実数}\}$ である.

(4)　次の 4 つの値からなるデータが得られた.

$$a,\ 10,\ b,\ c$$

このデータの平均値は 20，分散は 6.5 である．$x=a-10$，$y=b-10$，

$z=c-10$ とするとき，$x+y+z=\boxed{\text{クケ}}$，

$x^2-20x+y^2-20y+z^2-20z=-\boxed{\text{コサシ}}$ である.

第 2 問　以下の空欄を適宜埋めよ．

(1)　赤玉 1 個，白玉 6 個入っている袋がある．1 個のさいころを投げて，4 以下の目が出たら袋から玉を取り出さず，5 以上の目が出たら袋から玉を 1 個取り出し，色を調べてからもとに戻して続けて袋から玉を 1 個取り出す．このとき，袋から赤玉が 1 回だけ取り出される確率は $\dfrac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イウ}}}$ である．

(2)　a，b，c は 0 でない実数とする．

i)　$\dfrac{b+c}{2}=\dfrac{c+a}{3}=\dfrac{a+b}{4}$ であるとき，$\dfrac{a}{\boxed{\text{エ}}}=\dfrac{b}{\boxed{\text{オ}}}=c$ である．

ii)　$\dfrac{b+2c}{2}=\dfrac{c+2a}{3}=\dfrac{a+2b}{4}$ であるとき，$\dfrac{a}{\boxed{\text{カ}}}=\dfrac{b}{\boxed{\text{キ}}}=c$ である．

第 3 問　以下の空欄を適宜埋めよ．

(1)　$\displaystyle\int_0^1 \left|-2x+1\right| dx = \frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}$．

(2)　座標平面上の 3 つの直線 $x-2y=0$，$x+3y=0$，$x+y-6=0$ で作られる三角形について，その外接円の半径は $\boxed{\text{ウ}}$，外心の座標は $\left(\boxed{\text{エ}},\ -\boxed{\text{オ}}\right)$ である．

(3)　$(2a^{\frac{1}{4}}-2b^{\frac{1}{4}})(2a^{\frac{1}{4}}+2b^{\frac{1}{4}})(2a^{\frac{1}{2}}+2b^{\frac{1}{2}}) = \boxed{\text{カ}}\,a - \boxed{\text{キ}}\,b$.

第 4 問　以下の空欄を適宜埋めよ．

k を実数とし，$f(x)=x^3-9x^2-kx$ とする．座標平面上に点 P(1，0)をとり，曲線 $y=f(x)$ を C とする．点$(t,\ f(t))$における曲線 C の接線が点 P を通るとする．このとき，

$$k=-\boxed{\text{ア}}\,t^3+\boxed{\text{イウ}}\,t^2-\boxed{\text{エオ}}\,t$$

が成り立つ．

ここで，

$$p(t)=-\boxed{\text{ア}}\,t^3+\boxed{\text{イウ}}\,t^2-\boxed{\text{エオ}}\,t$$

とおくと，関数 $p(t)$ は $t=\boxed{\text{カ}}$ で極小値 $-\boxed{\text{キ}}$ をとり，$t=\boxed{\text{ク}}$ で極大値 $\boxed{\text{ケ}}$ をとる．

したがって，点 P を通る曲線 C の接線の本数がちょうど 2 本となるのは，k の値が $-\boxed{\text{コ}}$ または $\boxed{\text{サ}}$ のときである．また，点 P を通る曲線 C の接線の本数は $k=3$ のとき $\boxed{\text{シ}}$ 本，$k=-3$ のとき $\boxed{\text{ス}}$ 本，$k=-10$ のとき $\boxed{\text{セ}}$ 本となる．