

数 学

第1問 以下の問いに答えよ.

問1 $6x^2 - 6y^2 - 5xy + 25x + 8y + 14$ を因数分解すると,

$$\left(\boxed{\text{ア}}x - \boxed{\text{イ}}y + \boxed{\text{ウ}} \right) \left(3x + \boxed{\text{エ}}y + \boxed{\text{オ}} \right)$$

となる.

問2 以下のような3つの集合 A , B , C を考える.

$$A = \{n \mid n \text{ は } 28 \text{ の約数}\}$$

$$B = \{n \mid n \text{ は } 30 \text{ の約数}\}$$

$$C = \{n \mid n \text{ は } 14 \text{ 以下の偶数の自然数}\}$$

集合 $B \cup (A \cap C)$ に属する自然数の個数は $\boxed{\text{カキ}}$ であり, その集合に属する自然数の最大値は $\boxed{\text{クケ}}$ である.

また, m を自然数とし, 以下の集合 D を考える.

$$D = \{n \mid n \text{ は } m \text{ 以下の自然数}\}$$

さらに, 自然数 n についての以下の条件を考える.

条件 p : n は集合 D に属する.

条件 q : n は集合 $B \cup (A \cap C)$ に属する.

このとき, 命題「 $p \Rightarrow q$ 」が真となるような m の最大値は $\boxed{\text{コ}}$ である.

問3 不等式 $\log_2(x-1) < 1 + \log_{0.5}(x-2)$ を解くと, $\boxed{\text{サ}} < x < \boxed{\text{シ}}$ である.

問4 x , y が以下の3つの不等式

$$y - 5x \geq -22$$

$$y + 2x \geq 13$$

$$4y + x \leq 38$$

を満たすならば, $x+y$ は $x = \boxed{\text{ス}}$, $y = \boxed{\text{セ}}$ のときに最大値 $\boxed{\text{ソタ}}$ をとり, $x = \boxed{\text{チ}}$, $y = \boxed{\text{ツ}}$ のときに最小値 $\boxed{\text{テ}}$ をとる.

第2問 a と b を定数とする。ただし、 $a \neq 0$ とする。また、

$$f(x) = ax^2 + 4a^2x + b$$

とし、放物線 $y=f(x)$ のグラフを G とするとき、以下の問いに答えよ。

問1 G の頂点の座標は

$$\left(-\boxed{\text{ア}}a, -\boxed{\text{イ}}a^3 + b \right)$$

である。

問2 グラフ G が直線 $y=4ax+b$ と接するとき、 $a = \boxed{\text{ウ}}$ である。また $a = \boxed{\text{ウ}}$ であるとき、 G が x 軸と共有点をもつような b のうち最大のものは $b = \boxed{\text{エ}}$ である。

問3 $a=2$ とする。また、 G は x 軸と異なる2点 A, B で交わり、二つの交点を結ぶ線分 AB の長さは $b-1$ であるとする。このとき、 $b = \boxed{\text{オ}}\sqrt{\boxed{\text{カ}}}$ である。

問4 $1 \leq x \leq 2$ の範囲における関数 $y=f(x)$ の最小値が $f(1)$ となるような a の値の範囲は

$$a \leq -\frac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}}, \quad a > \boxed{\text{ケ}}$$

である。

第3問 黒球, 白球がそれぞれ3個ずつ入った袋が1つある. 黒球には0, 0, 1, 白球には0, 1, 1の数字がそれぞれひとつずつ書かれている. この袋の中から球を1個ずつ3回取り出す. ただし黒球を取り出したときは袋の中に戻し, 白球を取り出したときは袋に戻さないことにする.

問1 取り出した球の色が3回とも黒である確率は $\frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}$ である.

また, 取り出した球の色が3回とも白である確率は $\frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エオ}}}$ である.

問2 取り出した球の色が黒, 白, 白の順になる確率は $\frac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キク}}}$ である.

また, 取り出した球の色が白, 白, 黒の順になる確率は $\frac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コサ}}}$ である.

問3 2回目に取り出した球に書かれた数字が0である確率は $\frac{\boxed{\text{シス}}}{\boxed{\text{セソ}}}$ である.

問4 取り出した球に書かれた数字が3回とも0である確率は $\frac{\boxed{\text{タチ}}}{\boxed{\text{ツテト}}}$ である.