

数 学

第1問 以下の空欄を適宜埋めよ.

(1) a, b は定数で, $a \neq 0$ とする. 関数 $y = ax^2 + 6ax + b$ ($-4 \leq x \leq 1$) の最大値

が8で, 最小値が -12 であるとき, $a = \frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}$, $b = -\frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}$ または

$a = -\frac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}}$, $b = -\frac{\boxed{\text{キク}}}{\boxed{\text{ケ}}}$ である.

(2) a を正の定数とし, 実数 x に関する2つの条件 p と q を, $p: 2 < x < 3$,

$q: \frac{3}{2}a < x < 7a$ と定める. 命題「 $p \Rightarrow q$ 」が真であるとき, a の範囲は

$\frac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}} \leq a \leq \frac{\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{ス}}}$ である.

(3) a を定数とし, x に関する連立不等式

$$\begin{cases} x > a + 3 \\ 3x + 7 > 6x - 5 \end{cases}$$

について考える. この連立不等式に解が存在しないような a の範囲は

$\boxed{\text{セ}} \leq a$ である. また, この連立不等式に解が存在し, 3が整数解の最小となるような a の範囲は $-\boxed{\text{ソ}} \leq a < \boxed{\text{タ}}$ である.

第2問 以下の空欄を適宜埋めよ.

- (1) 自然数 a, b に対し, a^2+b^2 を 5 で割ったときの余りは全部で 通りである.
- (2) $\triangle ABC$ の辺 AB を 1 : 5 に内分する点を P , 辺 BC を 5 : 1 に外分する点を Q とする. 直線 PQ と辺 AC の交点を R とする. このとき, $\triangle ABR : \triangle BQR$ の面積比は : である.
- (3) 2 次関数 $y=f(x)$ が任意の実数 x に対して, $x^2f'(x) - (2x-1)f(x) = 1$ を満たすとき, $f(x) =$ $x^2 +$ $x +$ である.
- (4) 36^{15} は 桁の整数であり, 最高位の数字は である. ただし, $\log_{10}2 = 0.3010, \log_{10}3 = 0.4771$ とする.

第3問 以下の空欄を適宜埋めよ.

(1) a, b を実数の定数とする. i を虚数単位とする. 3次方程式

$x^3 - x^2 + ax + b = 0$ が $1 + 2i$ を解に持つのは, $a = \boxed{\text{ア}}$, $b = \boxed{\text{イ}}$ のときである. そのとき, 他の解は $x = -\boxed{\text{ウ}}$, $\boxed{\text{エ}} - \boxed{\text{オ}}i$ である.

(2) 2点 $A(4, 2)$, $B(0, 5)$ と円 $(x-5)^2 + (y+1)^2 = 4$ があり, 点 P をこの円周上にとる.

i) 2点 A, B を通る直線と円の中心との距離は $\frac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キ}}}$ である.

ii) 点 P の位置を変化させるとき, $\triangle ABP$ の面積の最大値は $\frac{\boxed{\text{クケ}}}{\boxed{\text{コ}}}$ である.

第4問 下の表は、ある変数 x, y のデータである。 x の平均値は5, y の平均値は0, x と y の相関係数が0.75であるとする。 このデータについて、以下の空欄を適宜埋めよ。

x	y
2	-6
4	0
a	b
6	6
8	c

(1) $a =$, $b+c =$, x の分散は である。

(2) b, c は、 $(b, c) = \left(-\text{, } \right)$, $\left(-\frac{\text{ である。$

(3) b, c が整数であるとする。 このデータに x, y の値の組として $(x, y) = (-1, p)$ を追加し、相関係数が負になったとする。 このとき、 p の範囲は $p >$ であり、 y の標準偏差 S_y の範囲は

$$S_y > \frac{\sqrt{\text{$$