

数 学

第1問 以下の空欄を適宜埋めよ.

$$(1) 3.\dot{6} \times 1.\dot{1}\dot{8} = \frac{\boxed{\text{アイ}}}{\boxed{\text{ウ}}}.$$

(2) x は正の整数とする. データ

$$-8, -5, 3, 4, 6$$

がある. これに $-x$ と x を追加すると標準偏差が減少したとする. そのような x の最大の値は $\boxed{\text{エ}}$ である.

$$(3) 1 \text{ 辺の長さが } 1 \text{ の正四面体 } OABC \text{ がある. } \triangle ABC \text{ の面積は } \frac{\sqrt{\boxed{\text{オ}}}}{\boxed{\text{カ}}},$$

$$\text{正四面体 } OABC \text{ の体積は } \frac{\sqrt{\boxed{\text{キ}}}}{\boxed{\text{クケ}}} \text{ である.}$$

(4) 関数 $y = (3x^2 - 5x - 7)(-3x^2 + 5x + 3) + 5$ は,

$$x = \frac{\boxed{\text{コ}} \pm \sqrt{\boxed{\text{サシ}}}}{\boxed{\text{ス}}} \text{ のとき, 最大値 } \boxed{\text{セ}} \text{ をとる.}$$

第2問 以下の空欄を適宜埋めよ.

(1) 50 から 150 までの整数のうち, 3 でも 5 でも割り切れない数の個数は

である.

(2) 2つの直線 $l: 2x+9y-8=0$, $m: 6x+7y-12=0$ と, それらのなす角の二等分線を考える.

i) 二等分線上に任意の点 (x_0, y_0) をとると, この点と直線 l との距離は,

$$\frac{|2x_0+9y_0-8|}{\sqrt{\text{ウエ}}}$$
 となる.

ii) 二等分線の方程式は, $y = \text{オ}x - \text{カ}$ と

$$y = -\frac{\text{キ}}{\text{ク}}x + \frac{\text{ケ}}{\text{コ}}$$
 である.

第3問 以下の空欄を適宜埋めよ.

(1) 整式 $6x^3 - 13x^2 + 23x - 15$ をある整式 A で割ると, 商が $3x - 2$, 余りが $2x - 5$ となった. このとき, 整式 A は $\boxed{\text{ア}}x^2 - \boxed{\text{イ}}x + \boxed{\text{ウ}}$ である.

(2) i を虚数単位とする. 3次方程式 $8x^3 - 1 = 0$ の解は

$$x = \frac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オ}}}, \frac{-\boxed{\text{カ}} \pm \sqrt{\boxed{\text{キ}}}}{\boxed{\text{ク}}} i \text{ である.}$$

(3) 方程式 $(\log_{\frac{1}{2}}x)^2 - 9\log_{\frac{1}{8}}x - 10 = 0$ の解は, $x = \frac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コサ}}}$, $\boxed{\text{シ}}$ である.

第4問 x, y, z は $x+y+z=0$, $xy+yz+zx=3x$ を満たす実数とする. また,
 $P=x^3+(y+z)^3-3yz(y+z)$ と定義する. 以下の空欄を埋めよ.

次の式が成り立つ.

$$P = \boxed{\text{ア}} x^3 + \boxed{\text{イ}} x^2.$$

また, x の範囲は,

$$- \boxed{\text{ウ}} \leq x \leq \boxed{\text{エ}}$$

である.

そして, P は, $x = - \boxed{\text{オ}}$ のとき最大値 $\boxed{\text{カキ}}$, $x = - \boxed{\text{ク}}$ のとき最小値 $- \boxed{\text{ケコ}}$ をとる.