

数 学

第1問 以下の空欄を適宜埋めよ.

$$(1) \frac{1}{1+\sqrt{2}-\sqrt{3}-\sqrt{6}} + \frac{1}{1-\sqrt{2}+\sqrt{3}-\sqrt{6}} = \boxed{\text{ア}} - \sqrt{\boxed{\text{イ}}}.$$

(2) 自然数 a, b を用いて $x=2a+7b$ と表すことのできない自然数 x は全部で $\boxed{\text{ウエ}}$ 個ある.

(3) $AC=12, BC=4$ である $\triangle ABC$ において, 辺 AC 上に点 D を $AD=9$ となるようにとり, 辺 BC の B を越える延長と $\triangle ABD$ の外接円との交点で B と異なるものを E とする. このとき, 線分 BE の長さは $\boxed{\text{オ}}$ である. また,

$$\text{辺 } AB \text{ と線分 } DE \text{ の交点を } P \text{ とすると } \frac{EP}{PD} = \frac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キ}}} \text{ である.}$$

(4) A, B, C, D, E, F, G の7人を無作為に輪の形に並べるとき, C と D が

$$\text{隣り合わない確率は } \frac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}} \text{ である.}$$

第2問 以下の空欄を適宜埋めよ.

(1) i を虚数単位とする. $(1+i)^{20} = -$.

(2) 2点 $A(0, 2)$, $B(4, 0)$ に対して, $AP^2 - BP^2 = 8$ を満たす点 P の軌跡は, 直線 $y =$ $x -$ である.

(3) $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ とする. 関数 $y = -4\cos^2 x - 4\sin x + 1$ は $x = \frac{\pi}{$ $}$ で最小値 $-$ をとる.

(4) a を正の実数とする. 点 $A\left(0, a + \frac{1}{a}\right)$ と曲線 $C: y = ax^2 - \frac{1}{a}$, 曲線 C 上の点 $B\left(1, a - \frac{1}{a}\right)$ を考える. 曲線 C と y 軸, 及び線分 AB で囲まれる部

分の面積は $a = \frac{\sqrt{\text{ケ}}}{\text{コ}}$ で最小値 $\frac{\text{サ}\sqrt{\text{シ}}}{\text{ス}}$ をとる.

第3問 $\triangle ABC$ において、 $\angle ABC = 60^\circ$ 、 $AC = 8$ 、 $AB : BC = 1 : 3$ である。以下の空欄を適宜埋めよ。

(1) 辺 BC の長さは $\frac{\boxed{\text{アイ}} \sqrt{\boxed{\text{ウ}}}}{\boxed{\text{エ}}}$ である。

(2) $\triangle ABC$ の面積は $\frac{\boxed{\text{オカ}} \sqrt{\boxed{\text{キ}}}}{\boxed{\text{ク}}}$ である。

(3) $\triangle ABC$ の内接円の半径は $\frac{\boxed{\text{ケコ}} \sqrt{\boxed{\text{サシ}}} - \boxed{\text{スセ}} \sqrt{\boxed{\text{ソ}}}}{\boxed{\text{タチ}}}$ である。