

第 1 問

(1) $\triangle ABC$ について、 $a = 17$, $b = 25$, $c = 28$ であるとき、 $\cos B = \frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イウ}}}$, $\triangle ABC$ の面積は

$\boxed{\text{エオカ}}$, $\triangle ABC$ の内接円の半径は $\boxed{\text{キ}}$ である。

(2) 関数 $y = -x^2 - 2x + 2024$ は $x = \boxed{\text{クケ}}$ のとき、最大値 $\boxed{\text{コサシス}}$ をとる。

また、 $y > 0$ であるための必要十分条件は、 $\boxed{\text{セソタ}} < x < \boxed{\text{チツ}}$ である。

(3) 10 点満点の数学の小テストにおいて、5 人の生徒の得点が

$$a, 9, 8, 8, (10 - a)$$

であるとき、5 人の得点の平均点は $\boxed{\text{テ}}$ である。また分散が 4.4 であるとき、 a の値は

$a = \boxed{\text{ト}}$ または $a = \boxed{\text{ナ}}$ である。

(4) 正八面体の頂点の個数は $\boxed{\text{ニ}}$ である。また正八面体を平面で切ったときの断面として現れる

図形に関して、その頂点の個数は最小 $\boxed{\text{ヌ}}$, 最大 $\boxed{\text{ネ}}$ である。

第2問

2次関数 $f(x) = ax^2 + bx + c$ が恒等式

$$f'(x) = x \int_{-1}^2 f(x) dx + 1$$

を満たしている。

(1) $b =$ である。

(2) c を a で表すと, $c = \frac{\text{イウ}}{\text{エ}} a - \frac{\text{オ}}{\text{カ}}$ となる。

(3) 2次関数 $y = f(x)$ のグラフは, a の値によらず2点 $\left(\frac{\sqrt{\text{キ}}}{\text{ク}}, \frac{\text{ケ} \sqrt{\text{コ}} - \text{サ}}{\text{シ}} \right)$,
 $\left(\frac{\text{ス} \sqrt{\text{セ}}}{\text{ソ}}, \frac{\text{タチ} \sqrt{\text{ツ}} - \text{テ}}{\text{ト}} \right)$ を通る。

(4) (3) の2点の間で, $f(x)$ の最小値が -2 になるのは, $a = \frac{\text{ナ} + \sqrt{\text{ニヌ}}}{\text{ネ}}$ のときである。

第 3 問

1 辺の長さが 1 の正四面体 OABC がある。辺 OA を 3 : 1 に内分する点を D, 辺 BC の中点を E とする。また, 点 O から $\triangle BCD$ に垂線を下ろし, その交点を H とする。

(1) $\vec{OA} \cdot \vec{OB} = \frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}$ である。

(2) $\vec{DE} = \frac{\boxed{\text{ウエ}}}{\boxed{\text{オ}}} \vec{OA} + \frac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キ}}} \vec{OB} + \frac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}} \vec{OC}$ より, $|\vec{DE}| = \frac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}}$ である。

(3) $\triangle DBC$ は二等辺三角形であるから, $\vec{DH} = k\vec{DE}$ とおける。ただし, k は定数とする。このとき

$$\vec{OH} = \frac{\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{セ}}} \left(\frac{\boxed{\text{ス}}}{\boxed{\text{セ}}} - k \right) \vec{OA} + \frac{k}{\boxed{\text{ソ}}} (\vec{OB} + \vec{OC})$$

となる。これを用いて, 計算すると $k = \frac{\boxed{\text{タ}}}{\boxed{\text{チ}}}$ であるから

$$\vec{OH} = \frac{\boxed{\text{ツ}}}{\boxed{\text{テ}}} \vec{OA} + \frac{\boxed{\text{ト}}}{\boxed{\text{ナ}}} (\vec{OB} + \vec{OC}), \quad |\vec{OH}| = \frac{\sqrt{\boxed{\text{ニ}}}}{\boxed{\text{ヌ}}}$$

である。