数　学

2024年度　理学部　一般選抜試験

受験番号		氏 名	

【注　意　事　項】

1　**試験監督による解答始めの指示があるまで，この問題冊子の中を見てはいけません。**
2　**試験時間は60分です。**
3　**この問題冊子は１ページから12ページまであります。**
4　**解答は解答用紙（マークシート）の所定欄に記入しなさい。**
5　**解答は所定欄に鉛筆で濃くはっきりとマークしなさい。**その際，ボールペン・サインペン・万年筆等は使用してはいけません。その他マークの仕方に関しては，解答用紙（マークシート）の注意事項をよく読むこと。
6　**試験監督の指示に従って，問題冊子に受験番号および氏名を記入しなさい。**
7　**試験監督の指示に従って，解答用紙（マークシート）に氏名，フリガナおよび受験番号を記入し，さらに受験番号をマークしなさい。正しくマークされていない場合は，採点できないことがあります。**
8　解答用紙（マークシート）は折り曲げたり，メモやチェック等で汚したりしないように注意しなさい。マークを訂正する場合は，消しゴムできれいに消し，中途半端な消し方をしないこと。不正確なマークは採点の対象外となります。解答用紙（マークシート）に消しゴムのかすが残っていると，採点が不可能となる場合があります。解答用紙の両面の消しゴムのかすは，回収前に取り除いておくこと。
9　問題冊子の余白は適宜使用してかまいませんが，どのページも切り離してはいけません。
10　試験中に問題冊子の印刷不明瞭，ページの落丁・乱丁および解答用紙（マークシート）の汚れ等に気づいた場合は，手を高く上げて試験監督に知らせなさい。
11　**試験終了後，問題冊子と解答用紙（マークシート）はともに回収します。試験室から持ち出した場合は，不正行為となります。**

数学問題

解答上の注意

数学の問題の選択肢は，マイナス符号(－)，０～９までの数字である。

(1) 符号付きの数値を選びたい場合は，特に指定のない限り次の方法で解答用紙の解答欄にマークして答えなさい。

例 1　$\boxed{ア}x^2+\boxed{イ}x+\boxed{ウ}$ に　$-x+3$　と答えたいとき，

ア	－	**0**	1	2	3	4	5	6	7	8	9
イ	**－**	0	**1**	2	3	4	5	6	7	8	9
ウ	－	0	1	2	**3**	4	5	6	7	8	9

のように，$\boxed{イ}$ は２箇所にマークする。

例 2　$\boxed{ア}x+\boxed{イ}\boxed{ウ}$ に　$x-34$　と答えたいとき，

ア	－	0	**1**	2	3	4	5	6	7	8	9
イ	**－**	0	1	2	**3**	4	5	6	7	8	9
ウ		0	1	2	3	**4**	5	6	7	8	9

のように，$\boxed{イ}$ は２箇所にマークする。

例 3　符号付きの分数で，$\dfrac{\boxed{ア}}{\boxed{イ}}$ に　$-\dfrac{3}{5}$　と答えたいとき，

ア	**－**	0	1	2	**3**	4	5	6	7	8	9
イ		0	1	2	3	4	**5**	6	7	8	9

のように，分子の $\boxed{ア}$ は２箇所にマークする。

(2) 分数形で解答する場合は，それ以上約分できない形で答えなさい。

例えば，$\dfrac{3}{4}$，$\dfrac{2a+1}{3}$ と答えるところを，$\dfrac{6}{8}$，$\dfrac{4a+2}{6}$ のように答えてはいけません。

(3) 根号を含む形で解答する場合は，根号の中の自然数が最小となる形で答えなさい。

例えば，$6\sqrt{2}$，$\dfrac{\sqrt{13}}{2}$ と答えるところを，$3\sqrt{8}$，$\dfrac{\sqrt{52}}{4}$ のように答えてはいけません。

［Ｉ］ 次の文中の $\boxed{\text{ア}}$ ～ $\boxed{\text{ネ}}$ にあてはまる最も適切な数値を答えなさい。
ただし，数値の選び方については２，３ページを参照しなさい。

(1) $0 \leqq \theta \leqq \dfrac{\pi}{2}$ のとき，関数 $y = 9\sin^2\theta + 12\sin\theta\cos\theta - 3\cos^2\theta$ の最小値は $\boxed{\text{ア}}$，

最大値は $\boxed{\text{イ}}\sqrt{\boxed{\text{ウ}}} + \boxed{\text{エ}}$ である。

(2) 2^{82} は10進法で $\boxed{\text{オ}}\boxed{\text{カ}}$ 桁の数であり，最高位の数字は $\boxed{\text{キ}}$ である。ただし，$\log_{10}2 = 0.3010$，$\log_{10}3 = 0.4771$，$\log_{10}5 = 0.6990$ とする。

(3) $a_1 = 2$，$a_{n+1} = \dfrac{a_n}{3a_n + 5}$ $(n = 1, 2, 3, \cdots)$ で定められた数列 $\{a_n\}$ がある。

$b_n = \dfrac{1}{a_n}$ とおくと，b_{n+1} と b_n の間には，$b_{n+1} = \boxed{\text{ク}}\, b_n + \boxed{\text{ケ}}$ の関係が成り立つ。

数列 $\{a_n\}$ の一般項は，$a_n = \dfrac{\boxed{\text{コ}}}{\left(\boxed{\text{サ}}\right)^n + \boxed{\text{シ}}}$ である。

(4) 中が見えない袋の中に，同じ大きさと形の白石と黒石が，合計100個入っている。一度取り出した石は袋に戻さずに，続けて２回石を取り出す試行を行う。

(i) 白石と黒石の個数が50個ずつのとき，取り出した石の色が異なる確率は $\dfrac{\boxed{\text{ス}}\boxed{\text{セ}}}{\boxed{\text{ソ}}\boxed{\text{タ}}}$ である。

(ii) 白石の個数が70個，黒石の個数が30個のとき，取り出した石が２つとも白石である確率は $\dfrac{\boxed{\text{チ}}\boxed{\text{ツ}}\boxed{\text{テ}}}{\boxed{\text{ト}}\boxed{\text{ナ}}\boxed{\text{ニ}}}$ である。

(iii) 白石の個数が55個，黒石の個数が45個のとき，取り出した石が２つとも同じ色である確率は $\dfrac{\boxed{\text{ヌ}}}{\boxed{\text{ネ}}}$ である。

余　　白

［Ⅱ］ 次の文中の $\boxed{\text{ア}}$ ～ $\boxed{\text{ト}}$ にあてはまる最も適切な数値を答えなさい。
ただし，数値の選び方については２，３ページを参照しなさい。

xy 平面内の領域について考える。

(1) 連立不等式 $y \leqq |x|$，$-2 \leqq x \leqq 2$，$y \geqq 0$ をみたす領域を A とする。領域 A の面積は $\boxed{\text{ア}}$ である。

(2) 不等式 $|x|+|y| \leqq 4$ をみたす領域内の点 (x, y) で x, y がともに整数となる点の数は $\boxed{\text{イ}}\boxed{\text{ウ}}$ 個である。

(3) 不等式 $|x|+|y| \leqq c$ をみたす領域を B とする。ここで $c>0$ は定数である。
領域 B の面積が 9 となるような c の値は，

$$c=\frac{\boxed{\text{エ}}\sqrt{\boxed{\text{オ}}}}{\boxed{\text{カ}}}$$ である。

(4) 不等式 $|x|+|y| \leqq 1$ をみたす領域を C とする。点 (x, y) が領域 C 内を動くとき，$2x+y$ の最大値は $\boxed{\text{キ}}$ である。また，定数 $b>0$ を含む関数 $y=-x^2+bx$ と x 軸の囲む領域を D とする。ただし境界線を含む。領域 $C \cup D$ の面積が領域 C の面積よりも大きくなるためには定数 b は $\boxed{\text{ク}}$ より大きくなければならない。また，定数 b を $b=2$ とすると領域 D の面積は $\dfrac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}}$ となる。

(5) 不等式 $(x-y)(x+y-1) \geqq 0$ をみたす領域を E，$0 \leqq x \leqq 1$ をみたす領域を F，$y=x^2-2x$ と x 軸で囲まれた領域を G とする。ただし境界線を含む。このとき，$E \cap F$ の領域の面積は $\dfrac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シ}}}$ であり，$(E \cup G) \cap F$ の領域の面積は $\dfrac{\boxed{\text{ス}}}{\boxed{\text{セ}}}$ である。また，$E \cap G$ の領域の面積は $\dfrac{\boxed{\text{ソ}}\boxed{\text{タ}}+\boxed{\text{チ}}\sqrt{\boxed{\text{ツ}}}}{\boxed{\text{テ}}\boxed{\text{ト}}}$ である。

余　　白

［Ⅲ］ 次の文中の $\boxed{ア}$ ～ $\boxed{マ}$ にあてはまる最も適切な数値を答えなさい。
ただし，数値の選び方については２，３ページを参照しなさい。
また，比の値は最も簡単な整数比で答えなさい。

四面体 OABC は $|\overrightarrow{\mathrm{OA}}|=3$，$|\overrightarrow{\mathrm{OB}}|=4$，$|\overrightarrow{\mathrm{OC}}|=2$ であり，

$$\angle\mathrm{AOB}=\angle\mathrm{BOC}=\angle\mathrm{COA}=\frac{\pi}{2}$$

を満たしている。$\overrightarrow{\mathrm{OA}}=\vec{a}$，$\overrightarrow{\mathrm{OB}}=\vec{b}$，$\overrightarrow{\mathrm{OC}}=\vec{c}$ とおく。

(1) 線分 AB 上の点 D に対して，$|\overrightarrow{\mathrm{OD}}|$ の最小値は $\dfrac{\boxed{ア}\boxed{イ}}{\boxed{ウ}}$ であり，このとき

$$\overrightarrow{\mathrm{OD}}=\frac{\boxed{エ}\boxed{オ}}{\boxed{カ}\boxed{キ}}\vec{a}+\frac{\boxed{ク}}{\boxed{ケ}\boxed{コ}}\vec{b}$$

である。

(2) △OAB 内の点 E に対して，線分 OE の延長線と線分 AB の交点を F とする。
$\overrightarrow{\mathrm{EO}}+\overrightarrow{\mathrm{EA}}+2\overrightarrow{\mathrm{EB}}=\vec{0}$ が成立しているとき，点 F は線分 AB を $\boxed{サ}$: $\boxed{シ}$ に内分する。△OAB の面積 S と △EAB の面積 S_1 の比の値は

$$\frac{S_1}{S}=\frac{\boxed{ス}}{\boxed{セ}}$$

である。

(3)　線分 OC の中点を G，線分 BC の中点を H，線分 OA を $r : 1-r$ に内分する点を I とする。(2) の F に対して線分 FG と線分 HI が交点 P をもつのは，$r = \dfrac{\boxed{ソ}}{\boxed{タ}}$ のときであり，このとき

$$\overrightarrow{OP} = \frac{\boxed{チ}}{\boxed{ツ}}\vec{a} + \frac{\boxed{テ}}{\boxed{ト}}\vec{b} + \frac{\boxed{ナ}}{\boxed{ニ}}\vec{c}$$

である。したがって，$|\overrightarrow{OP}| = \dfrac{\sqrt{\boxed{ヌ}\boxed{ネ}}}{\boxed{ノ}}$ がわかる。

また，$\cos\angle \mathrm{POI} = \dfrac{\boxed{ハ}\sqrt{\boxed{ヒ}\boxed{フ}}}{\boxed{ヒ}\boxed{フ}}$ であるから，$\triangle \mathrm{POI}$ の面積は $\dfrac{\boxed{ヘ}\sqrt{\boxed{ホ}}}{\boxed{マ}}$ である。

余　　白

余　　白