2025年度 一般選抜入試A日程 全学部統一
学部学科特色型・英語外部試験利用型（2月4日）

数学②

◀数学Ⅰ，Ⅱ，A，B，C▶

① 解答

(1)アイ． -2　**ウ．** 4　**エ．** 3
(2)オカ． -5　**キ．** 3
(3)ク． 2　**ケ．** 6
(4)ⅰ）コ． 2　**サ．** 4　**ⅱ）シ．** 1　**ス．** 5　**ⅲ）セ．** 1　**ソ．** 2
(5)タ． 8　**チ．** 9
(6)ⅰ）ツテ． $2c$　**ⅱ）ト．** 0　**ナ．** 2　**ⅲ）ニヌ．** -3　**ネ．** 5
ⅳ）ノハ． -1　**ヒ．** 1　**フ．** 1　**ヘ．** 2

解説

《小問6問》

(1)　$3x^2+2x-8=0$

$(3x-4)(x+2)=0$

$x=-2,\ \dfrac{4}{3}$　→ア～エ

(2)　$x^2-7=|2x-8|$　……①

(i)　$2x-8\geqq 0$　つまり　$x\geqq 4$ のとき

①より　$x^2-7=2x-8$

$x^2-2x+1=0$　$(x-1)^2=0$

$x=1$

これは $x\geqq 4$ を満たさないので，不適。

(ii)　$2x-8<0$　つまり　$x<4$ のとき

①より　$x^2-7=-(2x-8)$

$x^2+2x-15=0$　　$(x-3)(x+5)=0$

$x=-5,\ 3$

これらは $x<4$ を満たすので，適する。

(i)，(ii)より　　$x=-5,\ 3$　→オ〜キ

(3)　$x^2+bx+a^2+ab+4b-6=0$ の判別式を D_1 とする。

条件を満たすためには，すべての a の値に対して $D_1<0$ となればよい。ここで

$$D_1<0 \iff b^2-4(a^2+ab+4b-6)<0$$

$$\iff 4a^2+4ba-b^2+16b-24>0 \quad \cdots\cdots ①$$

であるから，すべての実数 a に対して①が成立するような b の値の範囲を求めればよい。a の2次方程式 $4a^2+4ba-b^2+16b-24=0$ の判別式を D_2 とすると

$$\frac{D_2}{4}<0 \iff (2b)^2-4(-b^2+16b-24)<0$$

$$\iff b^2-8b+12<0$$

$$\iff (b-2)(b-6)<0$$

$$\iff 2<b<6 \quad \text{→ク，ケ}$$

(4)　$x^2+2(2m-1)x+3m^2+3m-9=0$　$\cdots\cdots ①$

$mx^2-2(m+2)x+9=0$　$\cdots\cdots ②$

①，②の判別式を順に D_1，D_2 とする。

i)　$\dfrac{D_1}{4}<0$ かつ $\dfrac{D_2}{4}<0$ であればよい。

$\dfrac{D_1}{4}<0$ より　　$(2m-1)^2-1\cdot(3m^2+3m-9)<0$

$m^2-7m+10<0$　　$(m-2)(m-5)<0$

$2<m<5$　$\cdots\cdots ③$

$\dfrac{D_2}{4}<0$ より　　$\{-(m+2)\}^2-m\cdot 9<0$

$m^2-5m+4<0$　　$(m-1)(m-4)<0$

$1<m<4$　$\cdots\cdots ④$

③，④の共通範囲を求めて　　$2<m<4$　→コ，サ

ⅱ） $\dfrac{D_1}{4}<0$ または $\dfrac{D_2}{4}<0$ であればよいので

$2<m<5$ または $1<m<4$

よって $1<m<5$ →シ，ス

ⅲ） $\dfrac{D_1}{4}\geqq 0$ かつ $\dfrac{D_2}{4}<0$ であればよいので

$m\leqq 2,\ 5\leqq m$ かつ $1<m<4$

よって $1<m\leqq 2$ →セ，ソ

(5) $y=x^2+px+q$ のグラフを x 軸方向に 4 だけ平行移動して得られる放物線の方程式は

$y=(x-4)^2+p(x-4)+q$

$=x^2+(p-8)x-4p+q+16$

頂点が y 軸上にあるとき $p-8=0$

$p=8$ →タ

$y=x^2+8x+q$ のグラフを y 軸方向に 7 だけ平行移動して得られる放物線の方程式は

$y=x^2+8x+q+7$

$=(x+4)^2+q-9$

x 軸と接するとき $q-9=0$

$q=9$ →チ

(6) $y=(x-2c)^2-c^2+2c-1$

ⅰ） $x=2c$ →ツテ

ⅱ） $x=2c$ のとき，最小値 $-c^2+2c-1$ をとるので

$-c^2+2c-1>-1$ $c(c-2)<0$

$0<c<2$ →ト，ナ

ⅲ） $y=0$ とすると

$x^2-4cx+3c^2+2c-1=0$

$x^2-4cx+(3c-1)(c+1)=0$

$(x-3c+1)(x-c-1)=0$

$x=3c-1,\ c+1$

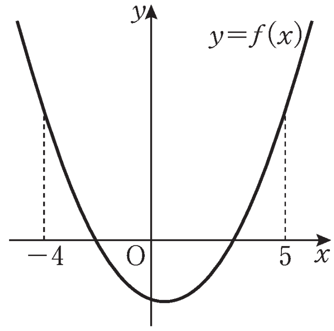
よって

$|(3c-1)-(c+1)|=8 \qquad |2c-2|=8$

$2c-2=\pm 8$

$c=-3,\ 5$　→ニ～ネ

iv） $f(x)=x^2-4cx+3c^2+2c-1$ とおく。



条件を満たすためには

$$\begin{cases} -c^2+2c-1<0 & \cdots\cdots① \\ -4<2c<5 & \cdots\cdots② \\ f(-4)>0 & \cdots\cdots③ \\ f(5)>0 & \cdots\cdots④ \end{cases}$$

①より　$(c-1)^2>0$

よって，1 以外のすべての実数　……⑤

②より　$-2<c<\dfrac{5}{2}$　……⑥

③より　$(-4)^2-4c\cdot(-4)+3c^2+2c-1>0$

$c^2+6c+5>0 \qquad (c+1)(c+5)>0$

$c<-5,\ -1<c$　……⑦

④より　$5^2-4c\cdot 5+3c^2+2c-1>0$

$c^2-6c+8>0 \qquad (c-2)(c-4)>0$

$c<2,\ 4<c$　……⑧

⑤～⑧の共通部分を求めると

$-1<c<1,\ 1<c<2$　→ノ～ヘ

2 解答

(1)アイウ. 188

(2)エ. 0　**オ.** 1　**カキ.** 81　**ク.** 1　**ケ.** 1　**コ.** 2　**サ.** 4　**シス.** 81　**セ.** 0　**ソ.** 1　**タ.** 3　**チ.** 3

(3)ツ. 0　**テト.** 96　**ナ.** 1　**ニ.** 2　**ヌ.** 1　**ネノ.** 08　**ハ.** 5　**ヒフ.** 88　**ヘ.** 6

解説

《小問 3 問》

(1)　$\log_{10}75=\log_{10}3\cdot 5^2$

$=\log_{10}3+2\log_{10}5$

$=\log_{10}3+2\log_{10}\dfrac{10}{2}$

$=\log_{10}3+2(\log_{10}10-\log_{10}2)$

$=\log_{10}3+2(1-\log_{10}2)$

$=0.4771+2(1-0.3010)$

$=1.8751$

よって

$\log_{10}75^{100}=100\log_{10}75$

$=100\cdot 1.8751$

$=187.51$

$187<\log_{10}75^{100}<188$ であるから，75^{100} は 188 桁の数である。

→ア～ウ

(2)　$2\log_3 x-\log_x 81-7\leqq 0$　……①

真数，底の条件より　$x>0$　かつ　$x\neq 1$　→エ，オ

底の変換公式を用いると，①より

$2\log_3 x-\dfrac{\log_3 81}{\log_3 x}-7\leqq 0$　→カキ

$2\log_3 x-\dfrac{4}{\log_3 x}-7\leqq 0$　……②

(i)　$\log_3 x>0$　すなわち　$x>1$ のとき　→ク

②の両辺に $\log_3 x$ をかけて

$2(\log_3 x)^2-7\log_3 x-4\leqq 0$

$(2\log_3 x+1)(\log_3 x-4)\leqq 0$

$\left(\log_3 x+\dfrac{1}{2}\right)(\log_3 x-4)\leqq 0$　→ケ～サ

$-\dfrac{1}{2}\leqq\log_3 x\leqq 4$

$\log_3 x>0$ より　$0<\log_3 x\leqq 4$

$\log_3 1<\log_3 x\leqq\log_3 81$

底 $3>1$ より　$1<x\leqq 81$　→シス

(ii)　$\log_3 x<0$　すなわち　$0<x<1$ のとき　→セ，ソ

②の両辺に $\log_3 x$ をかけて

$$\left(\log_3 x+\frac{1}{2}\right)(\log_3 x-4)\geqq 0$$

$$\log_3 x\leqq -\frac{1}{2},\quad 4\leqq \log_3 x$$

$\log_3 x<0$ より　　$\log_3 x\leqq -\dfrac{1}{2}$

$$\log_3 x\leqq \log_3\frac{1}{\sqrt{3}}$$

底 $3>1$ より　　$x\leqq \dfrac{1}{\sqrt{3}}\iff x\leqq \dfrac{\sqrt{3}}{3}$

$0<x$，$x\neq 1$ より　　$0<x\leqq \dfrac{\sqrt{3}}{3}$　→タ，チ

(3)　　$p\times 0.96^n\leqq \dfrac{1}{2}p\times 1.08^n$　→ツ～ノ

$$\left(\frac{1.08}{0.96}\right)^n\geqq 2$$

$$\left(\frac{9}{8}\right)^n\geqq 2$$

$$\log_{10}\left(\frac{9}{8}\right)^n\geqq \log_{10}2$$

$$n(2\log_{10}3-3\log_{10}2)\geqq \log_{10}2$$

$$n(2\cdot 0.4771-3\cdot 0.3010)\geqq 0.3010$$

$$0.0512n\geqq 0.3010$$

$$n\geqq 5.878\cdots$$

よって，$n\geqq 5.88$ となることから，6年後にはB町の人口はA市の人口を上回ることになる。→ハ～ヘ

3 解答

(1)ア． 2　**イ**―⑤　**ウ**―⑧　**エ**―⑧　**オ**―⑤　**カ．** 2
キ―⑧　**ク．** 3　**ケ．** 5　**コサ．** 16　**シ．** 0　**ス．** 6
(2)セ―③　**ソ．** 0　**タ**―④　**チ．** 0　**ツ**―⑥　**テ**―⓪　**ト．** 1　**ナ．** 1
ニ． 2　**ヌネ．** −1　**ノ．** 1　**ハ．** 2　**ヒ．** 1　**フ**―⑥　**ヘ**―①　**ホ**―Ⓒ

解説

《コインを n 回投げる試行における期待値と分散》

(1)　点Pの座標は

$$1\cdot k+(-1)\cdot(n-k)=2k-n \quad \to ア〜ウ$$

コインを n 回投げたとき，表が k 回出る組み合わせは

$${}_n\mathrm{C}_k \text{ 通り} \quad \to エ，オ$$

よって

$$p_k={}_n\mathrm{C}_k\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^k\left(\frac{1}{2}\right)^{n-k}=\frac{{}_n\mathrm{C}_k}{2^n} \quad \to カ，キ$$

$n=6$ のとき，点Pの座標が0になるような k を求めると

$$2k-6=0 \iff k=3 \quad \to ク$$

よって

$$p_3=\frac{{}_6\mathrm{C}_3}{2^6}=\frac{5}{16} \quad \to ケ〜サ$$

また，$n=6$ のとき

$$\begin{aligned} E&=\sum_{k=0}^{n}(2k-n)p_k \\ &=\sum_{k=0}^{6}(2k-6)\cdot\frac{{}_6\mathrm{C}_k}{2^6} \\ &=\frac{1}{2^6}(-6\cdot{}_6\mathrm{C}_0-4\cdot{}_6\mathrm{C}_1-2\cdot{}_6\mathrm{C}_2+0\cdot{}_6\mathrm{C}_3+2\cdot{}_6\mathrm{C}_4+4\cdot{}_6\mathrm{C}_5+6\cdot{}_6\mathrm{C}_6) \\ &=0 \quad \to シ \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} V&=\sum_{k=0}^{n}\{(2k-n)-0\}^2p_k \\ &=\sum_{k=0}^{6}(2k-6)^2\cdot\frac{{}_6\mathrm{C}_k}{2^6} \\ &=\frac{1}{2^6}(36\cdot{}_6\mathrm{C}_0+16\cdot{}_6\mathrm{C}_1+4\cdot{}_6\mathrm{C}_2+0\cdot{}_6\mathrm{C}_3+4\cdot{}_6\mathrm{C}_4+16\cdot{}_6\mathrm{C}_5+36\cdot{}_6\mathrm{C}_6) \\ &=6 \quad \to ス \end{aligned}$$

(2) $$E(X_n)=1\cdot\frac{1}{2}+(-1)\cdot\frac{1}{2}=0$$

よって，$E(X_n)=0$ $(n\geqq 1)$ である。

コインを1回投げたとき，$Y_1=X_1$ であるから　→セ

$$E(Y_1)=E(X_1)=0 \quad \to ソ$$

コインを2回投げたとき，$Y_2=Y_1+X_2$ であるから　→タ

$$E(Y_2)=E(Y_1+X_2)=E(Y_1)+E(X_2)$$

$=0+0=0$　→チ

コインを n 回投げたとき，$Y_n=Y_{n-1}+X_n$ $(n \geqq 2)$ であり　→ツ

$$E(Y_n)=E(Y_{n-1}+X_n)=E(Y_{n-1})+E(X_n)=E(Y_{n-1})$$

よって，$E(Y_1)=0$，$E(Y_n)=E(Y_{n-1})$　$(n \geqq 2)$ より

$E(Y_n)=0$　→テ

次に，$V(Y_n)$ を求める。

$n=1$ のとき

$V(Y_1)=(1-0)^2 \cdot \dfrac{1}{2}+(-1-0)^2 \cdot \dfrac{1}{2}=1$　→ト～ヒ

一般に

$$V(Y_n)=V(Y_{n-1}+X_n)$$
$$=V(Y_{n-1})+V(X_n)\quad (n \geqq 2)$$
→フ

ここで，$V(X_n)=(1-0)^2 \cdot \dfrac{1}{2}+(-1-0)^2 \cdot \dfrac{1}{2}=1$ より　→ヘ

$$V(Y_n)=V(Y_{n-1})+1 \quad (n \geqq 2)$$

$V(Y_1)=1$ であるから，$\{V(Y_n)\}$ は初項 1，公差 1 の等差数列となるので

$V(Y_n)=1+(n-1) \cdot 1=n$　→ホ