2024年度　一般選抜入試A日程　全学部統一
学部学科特色型（2月4日）

数学②

◀経済・人間開発・観光まちづくり学部▶

1 **解答** (1)**アイ．** 16　**ウ．** 4

(2)**エ．** 7　**オ．** 7　**カキ．** 22

(3)**ク．** 3　**ケ．** 4　**コ．** 3　**サ．** 2　(4)**シ**—⓪　**スセ．** −9

(5)**ソタ．** 12　**チツテト．** 1120

(6)**ナニヌ．** −15　**ネ．** 0　**ノハヒ．** $-3a$　**フ．** 5

解説

《小問6問》

(1)　$(x+2y)^4-(x-2y)^4$

$=\{(x+2y)^2+(x-2y)^2\}\{(x+2y)^2-(x-2y)^2\}$

$=(2x^2+8y^2)\{(x+2y)+(x-2y)\}\{(x+2y)-(x-2y)\}$

$=2(x^2+4y^2)\cdot 2x\cdot 4y$

$=16xy(x^2+4y^2)$　→ア〜ウ

(2)　$(x+2)(x+3)(x+4)(x+5)-120$

$=(x+2)(x+5)(x+3)(x+4)-120$

$=(x^2+7x+10)(x^2+7x+12)-120$

$=(x^2+7x)^2+22(x^2+7x)+120-120$

$=(x^2+7x)(x^2+7x+22)$

$=x(x+7)(x^2+7x+22)$　→エ〜キ

(3)　$y=-p^2x^2+6px+q$

$=-p^2\left(x^2-\dfrac{6}{p}x\right)+q$

$$=-p^2\left\{\left(x-\frac{3}{p}\right)^2-\frac{9}{p^2}\right\}+q$$

$$=-p^2\left(x-\frac{3}{p}\right)^2+q+9$$

よって，頂点の座標は $\left(\frac{3}{p},\ q+9\right)$ であるから

$$2 \leqq \frac{3}{p} \leqq 4$$

題意より $p>0$ であるから

$2p \leqq 3$　かつ　$4p \geqq 3$

$\therefore\quad \frac{3}{4} \leqq p \leqq \frac{3}{2}$　→ク～サ

(4)　(3)のグラフの頂点の y 座標が正であればよいので

$q+9>0$　　$\therefore\quad q>-9$　→シ～セ

(5)　$532=2^2 \cdot 7 \cdot 19$ であるから

正の約数の個数は　　$(2+1)\cdot(1+1)\cdot(1+1)=12$ 個　→ソタ

正の約数の総和は　　$(1+2+2^2)\cdot(1+7)\cdot(1+19)=1120$　→チ～ト

(6)　$\begin{cases} x^2+(15-a^2)x-15a^2 \leqq 0 & \cdots\cdots① \\ x^2+3ax \geqq 0 & \cdots\cdots② \end{cases}$

①より

$(x+15)(x-a^2) \leqq 0$　　$-15 \leqq x \leqq a^2$　→ナ～ヌ

②より

$x(x+3a) \geqq 0$　$\cdots\cdots②'$

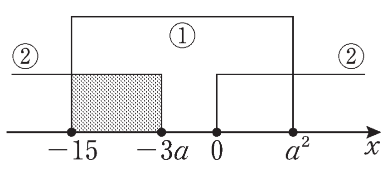
$a \geqq 1$ より $-3a<0$ であるから，②′ の解は　　$0 \leqq x$，$x \leqq -3a$

→ネ～ヒ

右図より　　$-15 \leqq -3a$　　$\therefore\quad a \leqq 5$

よって，求める a の値の範囲は

$1 \leqq a \leqq 5$　→フ



2 **解答**　**(1)ア**－①　**イ**－④　**ウ**－⓪　**エ**－①　**オ**－⑤　**カ**－⓪　**キ．** 2　**ク．** 2　**ケ**－①　**コ．** 2　**サ．** 2　**シ**－①　**ス**－①　**セ．** 2　**ソ**－⓪　**タ**－⓪　**チ**－①　**ツ**－①　**テ**－⓪　**ト**－⓪

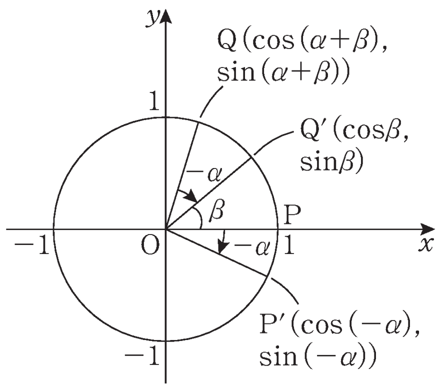
ナ． 2　**ニ**－①　**ヌ**－①

(2)ネ． 8　**ノ．** 1　**ハ．** 6　**ヒ．** 5　**フ．** 7

解説

《加法定理の証明，和積の公式》

(1)　条件より



$$P'(\cos(-\alpha),\ \sin(-\alpha))$$

→ア～ウ

$Q'(\cos\beta,\ \sin\beta)$　→エ～カ

$\triangle OP'Q'$ において，余弦定理により

$$P'Q'^2=1^2+1^2-2\cdot1\cdot1\cos(\alpha+\beta)$$
$$=2-2\cos(\alpha+\beta)$$

$PQ=P'Q'$ であるから

$PQ^2=2-2\cos(\alpha+\beta)$　→キ～ケ

また，距離の公式により

$$P'Q'^2=\{\cos\beta-\cos(-\alpha)\}^2+\{\sin\beta-\sin(-\alpha)\}^2$$
$$=(\cos\beta-\cos\alpha)^2+(\sin\beta+\sin\alpha)^2$$
$$=\cos^2\beta-2\cos\alpha\cos\beta+\cos^2\alpha+\sin^2\beta+2\sin\alpha\sin\beta+\sin^2\alpha$$

$=2-2\cos\alpha\cos\beta+2\sin\alpha\sin\beta$　→コ～タ

よって

$$2-2\cos(\alpha+\beta)=2-2\cos\alpha\cos\beta+2\sin\alpha\sin\beta$$

$\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta$　……①　→チ～ト

同様にして

$\cos(\alpha-\beta)=\cos\alpha\cos\beta+\sin\alpha\sin\beta$　……②

①＋② より

$\cos(\alpha+\beta)+\cos(\alpha-\beta)=2\cos\alpha\cos\beta$　……③　→ナ～ヌ

(2)　(1)の③式で $\alpha+\beta=A$，$\alpha-\beta=B$ とおくと $\alpha=\dfrac{A+B}{2}$，$\beta=\dfrac{A-B}{2}$ であるから

$\cos A+\cos B=2\cos\dfrac{A+B}{2}\cos\dfrac{A-B}{2}$　……③′

③′ を用いて方程式を整理すると

$$\cos6\theta-\cos4\theta+\cos2\theta=0$$

$\cos 6\theta+\cos 2\theta-\cos 4\theta=0$

$2\cos\dfrac{6\theta+2\theta}{2}\cos\dfrac{6\theta-2\theta}{2}-\cos 4\theta=0$

$2\cos 4\theta\cos 2\theta-\cos 4\theta=0$

$\cos 4\theta(2\cos 2\theta-1)=0$

$\therefore\quad \cos 4\theta=0,\ \cos 2\theta=\dfrac{1}{2}$

$0\leqq\theta<2\pi$ より，$0\leqq 4\theta<8\pi$，$0\leqq 2\theta<4\pi$ であるから

$4\theta=\dfrac{\pi}{2}+k\pi\quad (k=0,\ 1,\ 2,\ \cdots,\ 7)$,

$2\theta=\dfrac{\pi}{3}+2l\pi,\ \dfrac{5}{3}\pi+2l\pi\quad (l=0,\ 1)$

よって

$\theta=\dfrac{2k+1}{8}\pi,\ \dfrac{1+6l}{6}\pi,\ \dfrac{5+6l}{6}\pi\quad (k=0,\ 1,\ 2,\ \cdots,\ 7,\ l=0,\ 1)$

→ネ～フ

3 解答

(1)ア． 1　**イ．** 5　**ウ．** 4　**エ．** 5　**オ．** 5　**カ．** 6
キ． 1　**ク．** 8　**ケ．** 1　**コ．** 6　**サ．** 7　**シ．** 8

(2)ス－③　**セ**－⓪　**ソ**－③　**タ**－⑤　**チ．** 5　**ツ．** 8

(3)テ． 1　**トナ．** 22　**ニヌネ．** 112　**ノハヒ．** 255　**フヘ．** 33　**ホ．** 5

解説

《条件付き確率》

(1)　$P(G)=\dfrac{1}{5},\ P(C)=\dfrac{4}{5}$　→ア～エ

$P_G(Q)=\dfrac{5}{6},\ P_C(Q)=\dfrac{1}{8}$　→オ～ク

余事象を考えて

$P_G(N)=1-\dfrac{5}{6}=\dfrac{1}{6}$　→ケ，コ

$P_C(N)=1-\dfrac{1}{8}=\dfrac{7}{8}$　→サ，シ

(2)　条件付き確率の定義から

$$P_Q(G)=\frac{P(Q\cap G)}{P(Q)} \qquad P(Q\cap G)=P_Q(G)\times P(Q)$$

同様にして　$P(Q\cap G)=P_G(Q)\times P(G)$

よって　$P_Q(G)\times P(Q)=P_G(Q)\times P(G)$

$$P_Q(G)=\frac{P_G(Q)\times P(G)}{P(Q)} \quad \to ス$$

ここで

$$\begin{aligned}P(Q)&=P(Q\cap G)+P(Q\cap C)\\&=P_G(Q)\times P(G)+P_C(Q)\times P(C) \quad \to セ\end{aligned}$$

であるから

$$\begin{aligned}P_Q(G)&=\frac{P_G(Q)\times P(G)}{P_G(Q)\times P(G)+P_C(Q)\times P(C)} \quad \to ソ，タ\\&=\frac{\frac{5}{6}\times\frac{1}{5}}{\frac{5}{6}\times\frac{1}{5}+\frac{1}{8}\times\frac{4}{5}}\\&=\frac{5}{8} \quad \to チ，ツ\end{aligned}$$

(3)　$$\begin{aligned}P_N(G)&=\frac{P_G(N)\times P(G)}{P(N)}\\&=\frac{P_G(N)\times P(G)}{P(N\cap G)+P(N\cap C)}\\&=\frac{P_G(N)\times P(G)}{P_G(N)\times P(G)+P_C(N)\times P(C)}\\&=\frac{\frac{1}{6}\times\frac{1}{5}}{\frac{1}{6}\times\frac{1}{5}+\frac{7}{8}\times\frac{4}{5}}\\&=\frac{1}{22} \quad \to テ〜ナ\end{aligned}$$

採用者数 n 人のうち，a 人を q の所有者とするとき，優秀者の人数の期待値を E とすると

$$E=\frac{5}{8}a+\frac{1}{22}(n-a)$$

優秀者比率の期待値が $\frac{3}{10}$ 以上になるためには

$$\frac{E}{n}=\frac{5}{8}\cdot\frac{a}{n}+\frac{1}{22}\left(1-\frac{a}{n}\right)\geqq\frac{3}{10}$$

不等式を解くと　　$\frac{a}{n}\geqq\frac{112}{255}$　→ニ～ヒ

採用者数 100 人の中で，q の所有者を 50 人とするとき，優秀である人数の期待値は

$$50\times\frac{5}{8}+50\times\frac{1}{22}\fallingdotseq 33.5\text{ 人}$$　フ～ホ