2024年度　一般選抜入試A日程　全学部統一
学部学科特色型（2月4日）

数学①

◀文・神道文化・法・人間開発学部▶

1 解答

(1)**アイ.** 16　**ウ.** 4
(2)**エ.** 7　**オ.** 7　**カキ.** 22
(3)**ク.** 3　**ケ.** 4　**コ.** 3　**サ.** 2　(4)**シ**―⓪　**スセ.** −9
(5)**ソタ.** 12　**チツテト.** 1120
(6)**ナニヌ.** −15　**ネ.** 0　**ノハヒ.** $-3a$　**フ.** 5

解説

《小問6問》

(1)
$$\begin{aligned}&(x+2y)^4-(x-2y)^4\\&=\{(x+2y)^2+(x-2y)^2\}\{(x+2y)^2-(x-2y)^2\}\\&=(2x^2+8y^2)\{(x+2y)+(x-2y)\}\{(x+2y)-(x-2y)\}\\&=2(x^2+4y^2)\cdot 2x\cdot 4y\\&=16xy(x^2+4y^2)\quad \to ア\sim ウ\end{aligned}$$

(2)
$$\begin{aligned}&(x+2)(x+3)(x+4)(x+5)-120\\&=(x+2)(x+5)(x+3)(x+4)-120\\&=(x^2+7x+10)(x^2+7x+12)-120\\&=(x^2+7x)^2+22(x^2+7x)+120-120\\&=(x^2+7x)(x^2+7x+22)\\&=x(x+7)(x^2+7x+22)\quad \to エ\sim キ\end{aligned}$$

(3)
$$\begin{aligned}y&=-p^2x^2+6px+q\\&=-p^2\left(x^2-\frac{6}{p}x\right)+q\end{aligned}$$

$$=-p^2\left\{\left(x-\frac{3}{p}\right)^2-\frac{9}{p^2}\right\}+q$$

$$=-p^2\left(x-\frac{3}{p}\right)^2+q+9$$

よって，頂点の座標は $\left(\frac{3}{p},\ q+9\right)$ であるから

$$2 \leqq \frac{3}{p} \leqq 4$$

題意より $p>0$ であるから

$2p \leqq 3$　かつ　$4p \leqq 3$

∴　$\frac{3}{4} \leqq p \leqq \frac{3}{2}$　→ク～サ

(4)　(3)のグラフの頂点の y 座標が正であればよいので

$q+9>0$　　∴　$q>-9$　→シ～セ

(5)　$532=2^2\cdot7\cdot19$ であるから

正の約数の個数は　　$(2+1)\cdot(1+1)\cdot(1+1)=12$ 個　→ソタ

正の約数の総和は　　$(1+2+2^2)\cdot(1+7)\cdot(1+19)=1120$　→チ～ト

(6)　$\begin{cases} x^2+(15-a^2)x-15a^2 \leqq 0 & \cdots\cdots ① \\ x^2+3ax \geqq 0 & \cdots\cdots ② \end{cases}$

①より

$(x+15)(x-a^2) \leqq 0$　　$-15 \leqq x \leqq a^2$　→ナ～ヌ

②より

$x(x+3a) \geqq 0$　……②′

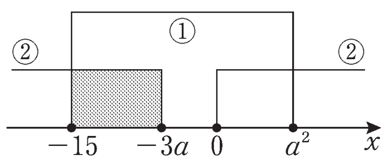
$a \geqq 1$ より $-3a<0$ であるから，②′ の解は　　$0 \leqq x$，$x \leqq -3a$

→ネ～ヒ

右図より　　$-15 \leqq -3a$　　∴　$a \leqq 5$

よって，求める a の値の範囲は

$1 \leqq a \leqq 5$　→フ



②　解答

(1) i) ア.　8　**ii) イウ.**　33

(2) i) エオ.　48　**ii) カキ.**　18　**iii) クケ.**　15

(3) コ.　9　**サシ.**　11

(4) i) ス. 1 **セ.** 8 **ソ.** 8 **タチ.** 27 **ii) ツテ.** 37 **トナニ.** 216

(5) i) ヌ. 2 **ネ.** 8 **ii) ノ.** 2 **ハ.** 8 **ヒ.** 0 **フ.** 7

解 説

《小問 5 問》

(1) i) A の要素のうち，2 の倍数である数の集合を B，3 の倍数の集合を C とすると

$$B=\{2\cdot1,\ 2\cdot2,\ \cdots,\ 2\cdot25\},\ C=\{3\cdot1,\ 3\cdot2,\ \cdots3\cdot16\}$$

$$B\cap C=\{6\cdot1,\ 6\cdot2,\ \cdots,\ 6\cdot8\}$$

よって　$n(B\cap C)=8$　→ア

ii)　i) より

$$\begin{aligned}n(B\cup C)&=n(B)+n(C)-n(B\cap C)\\&=25+16-8\\&=33\quad\text{→イウ}\end{aligned}$$

(2) i)　次の 2 つの場合がある。

(Ⅰ)　0 を選ぶとき

$${}_4C_2\cdot2\cdot2!=24\ \text{個}$$

(Ⅱ)　0 を選ばないとき

$${}_4P_3=24\ \text{個}$$

(Ⅰ), (Ⅱ)より　$24+24=48$ 個　→エオ

ii)　一の位は 1 または 3，百の位は 0 と一の位の数以外を選べばよいので

$$2\cdot3\cdot3=18\ \text{個}\quad\text{→カキ}$$

iii)　下 2 桁が 04，12，20，24，32，40 であればよいので，0 を含む場合とそうでない場合に分けて考えると

$$3\cdot3+2\cdot3=15\ \text{個}\quad\text{→クケ}$$

(3)　A：女性を選ぶ

　B：30 歳以下を選ぶ

と定めると　$P(A)=0.88$ ，$P(A\cap B)=0.72$

求める確率は

$$P_A(B)=\frac{P(A\cap B)}{P(A)}=\frac{0.72}{0.88}$$

$$=\frac{9}{11} \quad \to コ〜シ$$

(4) i)　3 個の目がすべて 3 以下である確率は

$$\left(\frac{3}{6}\right)^3=\frac{1}{8} \quad \to ス，セ$$

3 個の目がすべて 4 以下である確率は

$$\left(\frac{4}{6}\right)^3=\frac{8}{27} \quad \to ソ〜チ$$

ii)　（出る目の最大値が 4）

＝（出る目の最大値が 4 以下）−（出る目の最大値が 3 以下）

であるから，ｉ）より

$$\frac{8}{27}-\frac{1}{8}=\frac{37}{216} \quad \to ツ〜ニ$$

(5)　x，y の平均を E_x，E_y とし，x，y の分散を $V_x{}^2$，$V_y{}^2$，x と y の共分散を V_{xy} とする。

i)　$$E_x=\frac{1+5+4+3+2}{5}=3$$

$$E_y=\frac{0+8+1+2+4}{5}=3$$

よって

$$V_x{}^2=\frac{1}{5}\{(1-3)^2+(5-3)^2+(3-3)^2+(4-3)^2+(2-3)^2\}$$

$$=2 \quad \to ヌ$$

$$V_y{}^2=\frac{1}{5}\{(0-3)^2+(8-3)^2+(1-3)^2+(2-3)^2+(4-3)^2\}$$

$$=8 \quad \to ネ$$

ii)　$$V_{xy}=\frac{1}{5}\{(1-3)(0-3)+(5-3)(8-3)+(3-3)(1-3)$$
$$+(4-3)(2-3)+(2-3)(4-3)\}$$

$$=2.8 \quad \to ノ，ハ$$

よって，x と y の相関係数は

$$\frac{V_{xy}}{V_xV_y}=\frac{2.8}{\sqrt{2}\cdot 2\sqrt{2}}$$

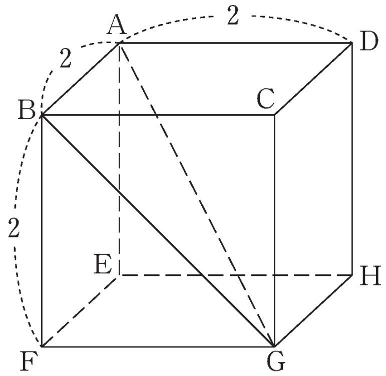
$$=0.7 \quad \to ヒ，フ$$

3 解答

(1) i）アイ．90　ii）ウエ．45　iii）オカ．90
iv）キ．2　ク．3　v）ケ．6　コ．3
vi）サ．2　シ．3　vii）ス．2　セ．6　ソ．3
viii）タ．2　チ．3　ツ．3
(2)テ．5　ト．3
(3) i）ナ．5　ii）ニヌ．12　iii）ネ．7　iv）ノハ．12　ヒ．7
(4)フヘ．61

解説

《空間図形と三角比》



(1) i）　AB∥CD，CD⊥DH より　　AB⊥DH

よって　　$\theta=90^\circ$　→アイ

ii）　AC∥EG，∠BAC＝45° より

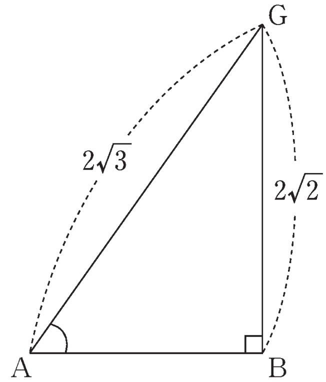
$\theta=45^\circ$　→ウエ

iii）　BD∥FH，BD⊥AC より　　AC⊥FH

よって　　$\theta=90^\circ$　→オカ

iv）　$AG=\sqrt{2^2+2^2+2^2}=2\sqrt{3}$　→キ，ク

v）　右図より



$$\sin\angle BAG=\frac{2\sqrt{2}}{2\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{6}}{3}$$　→ケ，コ

vi）　$\frac{1}{2}\times(2\sqrt{2})^2\times\sin60^\circ=2\sqrt{3}$　→サ，シ

vii）　求める垂線の長さを h とすると，△ACG の面積に注目して

$$\frac{1}{2}\times2\times2\sqrt{2}=\frac{1}{2}\times2\sqrt{3}\times h$$

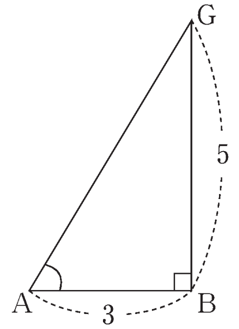
$$\therefore\quad h=\frac{2\sqrt{6}}{3}$$　→ス～ソ

viii）　求める垂線の長さを h' とすると，三角錐 CBDG の体積に注目して

$$\frac{1}{3}\cdot\left(\frac{1}{2}\cdot2\cdot2\right)\cdot2=\frac{1}{3}\cdot2\sqrt{3}\cdot h'$$

$$\therefore\quad h'=\frac{2\sqrt{3}}{3}$$　→タ～ツ

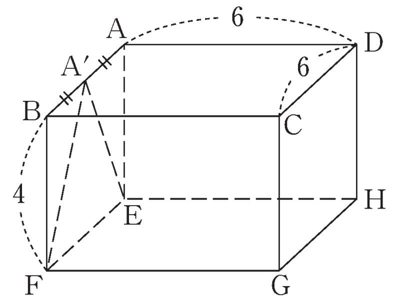
(**2**)　右図より　　$\tan\angle\mathrm{BAG}=\dfrac{5}{3}$　→テ，ト



(**3**) **i**）　$\mathrm{ME}=\mathrm{A'E}=\sqrt{3^2+4^2}=5$　→ナ

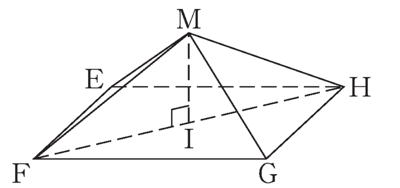
ii）　$\dfrac{1}{2}\cdot6\cdot4=12$　→ニヌ

iii）　頂点 M から底面に下ろした垂線の足を I とすると



$$\mathrm{FI}=\frac{1}{2}\mathrm{FH}=3\sqrt{2}$$

よって　　$\mathrm{MI}=\sqrt{5^2-(3\sqrt{2})^2}=\sqrt{7}$　→ネ



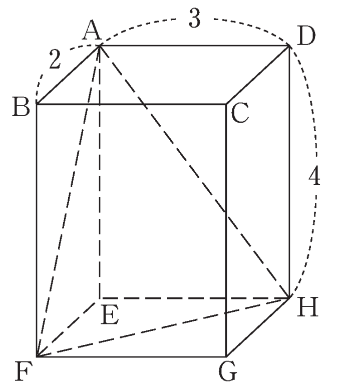
iv）　$\dfrac{1}{3}\cdot6^2\cdot\sqrt{7}=12\sqrt{7}$　→ノ～ヒ

(**4**)

$$\mathrm{AH}=\sqrt{3^2+4^2}=5$$

$$\mathrm{AF}=\sqrt{2^2+4^2}=2\sqrt{5}$$

$$\mathrm{FH}=\sqrt{2^2+3^2}=\sqrt{13}$$



△AFH において，余弦定理により

$$\cos\angle\mathrm{FAH}=\frac{(2\sqrt{5})^2+5^2-(\sqrt{13})^2}{2\cdot2\sqrt{5}\cdot5}$$

$$=\frac{8}{5\sqrt{5}}$$

よって　　$\sin\angle\mathrm{FAH}=\sqrt{1-\left(\dfrac{8}{5\sqrt{5}}\right)^2}$

$$=\frac{\sqrt{61}}{5\sqrt{5}}$$

求める面積は

$$\frac{1}{2}\cdot\mathrm{AF}\cdot\mathrm{AH}\cdot\sin\angle\mathrm{FAH}$$

$$=\frac{1}{2}\cdot2\sqrt{5}\cdot5\cdot\frac{\sqrt{61}}{5\sqrt{5}}=\sqrt{61}$$　→フヘ