2024年度 一般選抜入試A日程 全学部統一
得意科目重視型（2月3日）

数学②

◀経済・観光まちづくり学部▶

1 解答 (1)**ア．** 3 **イ．** 3
(2)**ウ．** 3 **エ．** 1 **オ．** 5 **カ．** 2
(3)**キク．** 41 (4)**ケコ．** 37 **サシ．** 37 (5)**スセ．** 34 **ソタ．** 25
(6)**チ．** 5 (7)**ツ．** 9 (8)**テトナ．** 486 (9)**ニ．** 0

解説

《小問9問》

(1)
$$\begin{aligned}(\text{与式})&=(a^3-a^2+3a-3)(a^3+a^2+a+1)\\&=a^6+(1-1)a^5+(1-1+3)a^4+(1-1+3-3)a^3\\&\qquad+(-1+3-3)a^2+(3-3)a-3\\&=a^6+3a^4-a^2-3\quad \to\text{ア，イ}\end{aligned}$$

別解
$$\begin{aligned}(\text{与式})&=(a-1)(a^2+3)(a+1)(a^2+1)\\&=(a^2-1)(a^2+3)(a^2+1)\\&=(a^4-1)(a^2+3)\\&=a^6+3a^4-a^2-3\end{aligned}$$

(2)
$$\begin{aligned}(\text{与式})&=x^2-(2y-1)x-(15y^2-11y+2)\\&=x^2-(2y-1)x-(3y-1)(5y-2)\\&=\{x+(3y-1)\}\{x-(5y-2)\}\\&=(x+3y-1)(x-5y+2)\quad \to\text{ウ～カ}\end{aligned}$$

(3) 条件より

$20\leqq\sqrt{n-15}<21$　　$20^2\leqq n-15<21^2$

$415\leqq n<456$　　$415\leqq n\leqq 455$

よって　$455-415+1=41$ 個　→キク

(4)　1 以上 150 以下の整数の中で

　5 の倍数は　$5\cdot1,\ 5\cdot2,\ \cdots,\ 5\cdot30$

　5^2 の倍数は　$5^2\cdot1,\ 5^2\cdot2,\ \cdots,\ 5^2\cdot6$

　5^3 の倍数は　$5^3\cdot1$

よって，5 の倍数は 30 個，5^2 の倍数は 6 個，5^3 の倍数は 1 個あるので，求める個数は

$$30+6+1=37 \text{ 個}$$　→ケコ

次に，素因数 2 の個数は明らかに素因数 5 より多いので，$N=k\times10^{37}$（k は 10 の倍数ではない自然数）と表せる。

よって，N を計算すると，末尾に 0 が 37 個並ぶ。→サシ

(5)　n は自然数であるから

$$\frac{1}{2}<\frac{19}{n}<5 \qquad \frac{19}{5}<n<38$$

$$4\leqq n\leqq37$$

よって，不等式を満たす n は　$37-4+1=34$ 個　→スセ

この中で，$\dfrac{19}{n}$ が循環小数にならないのは

$$n=4,\ 5,\ 8,\ 10,\ 16,\ 19,\ 20,\ 25,\ 32$$

したがって，$\dfrac{19}{n}$ が循環小数になるような自然数 n は

$$34-9=25 \text{ 個}$$　→ソタ

(6)　$3x+5y=85$　……①

①は $x=25,\ y=2$ のとき成立するので

$$3\cdot25+5\cdot2=85 \quad \cdots\cdots②$$

①−② より　$3(x-25)+5(y-2)=0$

$$3(x-25)=5(2-y) \quad \cdots\cdots③$$

3 と 5 は互いに素であるから，k を整数とすると③より

$$\begin{cases} x-25=5k \\ 2-y=3k \end{cases} \qquad \begin{cases} x=5k+25 \\ y=-3k+2 \end{cases}$$

x，y はともに自然数であるから

$$\begin{cases} 5k+25>0 \\ -3k+2>0 \end{cases} \qquad -5<k<\frac{2}{3}$$

よって　　$k=-4,\ -3,\ -2,\ -1,\ 0$

すなわち，①を満たす自然数 x，y の組み合わせは5通りある。　→チ

(7)　k，l を整数とすると，13で割ると3余る整数は $13k+3$，8で割ると5余る整数は $8l+5$ と表せるので，$13k+3=8l+5$　……① を満たす k，l を求める。

①より　　$13k-8l=2$　……②

②は，$k=2$，$l=3$ のとき成立するので

$13\cdot2-8\cdot3=2$　……③

②−③ より　　$13(k-2)-8(l-3)=0$

$13(k-2)=8(l-3)$　……④

13と8は互いに素であるから，m を整数とすると④より

$$\begin{cases} k-2=8m \\ l-3=13m \end{cases} \qquad \begin{cases} k=8m+2 \\ l=13m+3 \end{cases}$$

よって，13で割ると3余り，8で割ると5余る整数を n とすると

$$\begin{aligned} n&=13(8m+2)+3 \\ &=104m+29 \end{aligned}$$

n が3桁の自然数であるとき

$100\leqq 104m+29<1000$

$\frac{71}{104}\leqq m<\frac{971}{104}$　　$1\leqq m\leqq 9$

したがって，求める個数は　　9個　→ツ

(8)　3進法で表すと6桁となる自然数を N とすると

$100000_{(3)}\leqq N<1000000_{(3)}$

$243\leqq N<729$　　$243\leqq N\leqq 728$

よって，求める個数は

$728-243+1=486$ 個　→テ～ナ

(9)　24^{24} は3の倍数である。

したがって，3進法で表したときの1の位の数は　　0　→ニ

② 解答

(1)**アイ.** 28　**ウエオカ.** 1072　**キクケコ.** 0043
サ. 1　**シ.** 0　**ス.** 1　**セ.** 1
(2)**ソ.** 6　**タチ.** 84　**ツ.** 8
(3)**テトナ.** 171　**ニ.** 8　**ヌ.** 1　**ネノ.** 14　**ハ.** 6　**ヒフ.** 15

解説

《常用対数》

(1)　$\dfrac{460}{360}=1.277\cdots\fallingdotseq 1.28$　→アイ

$(1+g)^{25}=1.28$　　$1+g=(1.28)^{\frac{1}{25}}$

$\log_{10}(1+g)=\dfrac{1}{25}\log_{10}1.28$

常用対数表の左枠が 1.2 で上枠が 8 となる数値は　　0.1072　→ウ～カ

よって

$\dfrac{1}{25}\log_{10}1.28=\dfrac{1}{25}\cdot 0.1072=0.004288\fallingdotseq 0.0043$　→キ～コ

常用対数表で 0.0043 を探すと　　左枠 1.0，上枠 1　→サ～ス

よって　　$1+g=1.01$　　$g=0.01$

g を％単位で表すと　　1％　→セ

(2)　$\dfrac{171}{25}=6.84$　→ソ～チ

C 国の平均成長率を g' とすると，(1)と同様にして

$$\begin{aligned}\log_{10}(1+g')&=\frac{1}{25}\log_{10}6.84\\&=\frac{1}{25}\cdot 0.8351\\&\fallingdotseq 0.0334\end{aligned}$$

常用対数表を用いて

$1+g'=1.08$　　$g'=0.08$

よって，C 国の平均成長率は　　8％　→ツ

(3)　$460\times(1.01)^t=171\times(1.08)^t$

両辺の常用対数をとると

$\log_{10}\{460\times(1.01)^t\}=\log_{10}\{171\times(1.08)^t\}$

$\log_{10}460+t\log_{10}1.01=\log_{10}171+t\log_{10}1.08$

$$\log_{10}460-\log_{10}171=t(\log_{10}1.08-\log_{10}1.01)$$

$$\log_{10}\frac{460}{171}=t\log_{10}\frac{1.08}{1.01}$$ →テ〜ヌ

$$t=\frac{\log_{10}\frac{460}{171}}{\log_{10}\frac{1.08}{1.01}} \quad \cdots\cdots(*)$$

ここで

$$\log_{10}\frac{460}{171}\fallingdotseq\log_{10}2.69=0.4298$$

$$\log_{10}\frac{1.08}{1.01}\fallingdotseq\log_{10}1.07=0.0294$$

よって，$(*)$より

$$t=\frac{0.4298}{0.0294}\fallingdotseq14.6$$ →ネ〜ハ

したがって，15 年後の 1 人当たり年間所得において初めて C 国は J 国を完全に追い抜くことになる。 →ヒフ

3 解答

(1)ア． 1　**イ．** 6　**(2)ウ．** 5　**エオ．** 18

(3)カキ． 35　**クケ．** 54

(4)コ． 2　**サ．** 3　**シ．** 1　**ス．** 6　**セ．** 1　**ソ．** 2

タチ． −1　**ツ．** 3　**テ．** 2　**ト．** 3　**ナ．** 1　**ニ．** 2

(5)ヌ—⓪　**ネ**—①　**ノ**—②

解説

《反復試行，確率漸化式》

(1)　$p_1=\frac{1}{6}$ →ア，イ

(2)　$p_2={}_2C_1\cdot\frac{1}{6}\cdot\frac{5}{6}=\frac{5}{18}$ →ウ〜オ

(3)　6 の目が 0 回または 2 回出ればよいので

$$q_3=\left(\frac{5}{6}\right)^3+{}_3C_2\left(\frac{1}{6}\right)^2\cdot\frac{5}{6}$$

$$=\frac{35}{54}$$ →カ〜ケ

(4)　$n \geqq 2$ のとき，n 回目までに6の目が奇数回出るのは，$(n-1)$ 回目までに6の目が奇数回出て n 回目に6以外の目が出るか，$(n-1)$ 回目までに6の目が偶数回出て n 回目に6の目が出ればよいので

$$p_n = p_{n-1} \times \frac{5}{6} + q_{n-1} \times \frac{1}{6}$$

$p_{n-1} + q_{n-1} = 1$ より，$q_{n-1} = 1 - p_{n-1}$ であるから

$$p_n = \frac{5}{6} p_{n-1} + \frac{1}{6}(1 - p_{n-1})$$

$$\therefore \quad p_n = \frac{2}{3} p_{n-1} + \frac{1}{6} \quad \cdots\cdots ① \quad \to コ〜ス$$

ここで，$p_n - \alpha = \dfrac{2}{3}(p_{n-1} - \alpha)$ とすると

$$p_n = \frac{2}{3} p_{n-1} + \frac{1}{3}\alpha \quad \cdots\cdots ②$$

①，②より　　$\dfrac{1}{3}\alpha = \dfrac{1}{6}$　　$\alpha = \dfrac{1}{2}$　→セ，ソ

よって　　$p_n - \dfrac{1}{2} = \dfrac{2}{3}\left(p_{n-1} - \dfrac{1}{2}\right)$

数列 $\left\{p_n - \dfrac{1}{2}\right\}$ は公比 $\dfrac{2}{3}$ の等比数列であり，その初項は

$$p_1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{6} - \frac{1}{2} = -\frac{1}{3}$$

したがって

$$p_n - \frac{1}{2} = -\frac{1}{3} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{n-1}$$

$$\therefore \quad p_n = \left(-\frac{1}{3}\right)\left(\frac{2}{3}\right)^{n-1} + \frac{1}{2} \quad \to タ〜ニ$$

これは $n=1$ でも成立する。

(5)　(4)より，$p_n = \left(-\dfrac{1}{3}\right)\left(\dfrac{2}{3}\right)^{n-1} + \dfrac{1}{2}$ であるから，$\{p_n\}$ は単調に増加するので

$$p_{100} < p_{200} < p_{1000} < \frac{1}{2} \quad \to ヌ〜ノ$$