2024年度　一般選抜入試A日程　全学部統一
得意科目重視型（2月3日）

# 数 学 ①

◀文・神道文化・法・人間開発学部▶

① 解答 (1)**ア.** 3　**イ.** 3
(2)**ウ.** 3　**エ.** 1　**オ.** 5　**カ.** 2
(3)**キク.** 41　(4)**ケコ.** 37　**サシ.** 37　(5)**スセ.** 34　**ソタ.** 25
(6)**チ.** 5　(7)**ツ.** 9　(8)**テトナ.** 486　(9)**ニ.** 0

解 説

**《小問9問》**

(1)　(与式)$=(a^3-a^2+3a-3)(a^3+a^2+a+1)$

$=a^6+(1-1)a^5+(1-1+3)a^4+(1-1+3-3)a^3$

$+(-1+3-3)a^2+(3-3)a-3$

$=a^6+3a^4-a^2-3$　→ア，イ

**別解**　(与式)$=(a-1)(a^2+3)(a+1)(a^2+1)$

$=(a^2-1)(a^2+3)(a^2+1)$

$=(a^4-1)(a^2+3)$

$=a^6+3a^4-a^2-3$

(2)　(与式)$=x^2-(2y-1)x-(15y^2-11y+2)$

$=x^2-(2y-1)x-(3y-1)(5y-2)$

$=\{x+(3y-1)\}\{x-(5y-2)\}$

$=(x+3y-1)(x-5y+2)$　→ウ～カ

(3)　条件より

$20\leqq\sqrt{n-15}<21$　　$20^2\leqq n-15<21^2$

$415\leqq n<456$　　$415\leqq n\leqq 455$

よって　　$455-415+1=41$ 個　→キク

(4)　1 以上 150 以下の整数の中で

$5$ の倍数は　　$5\cdot1,\ 5\cdot2,\ \cdots,\ 5\cdot30$

$5^2$ の倍数は　　$5^2\cdot1,\ 5^2\cdot2,\ \cdots,\ 5^2\cdot6$

$5^3$ の倍数は　　$5^3\cdot1$

よって，5 の倍数は 30 個，$5^2$ の倍数は 6 個，$5^3$ の倍数は 1 個あるので，求める個数は

$30+6+1=37$ 個　→ケコ

次に，素因数 2 の個数は明らかに素因数 5 より多いので，$N=k\times10^{37}$（$k$ は 10 の倍数ではない自然数）と表せる。

よって，$N$ を計算すると，末尾に 0 が 37 個並ぶ。→サシ

(5)　$n$ は自然数であるから

$\dfrac{1}{2}<\dfrac{19}{n}<5$　　$\dfrac{19}{5}<n<38$

$4\leqq n\leqq37$

よって，不等式を満たす $n$ は　　$37-4+1=34$ 個　→スセ

この中で，$\dfrac{19}{n}$ が循環小数にならないのは

$n=4,\ 5,\ 8,\ 10,\ 16,\ 19,\ 20,\ 25,\ 32$

したがって，$\dfrac{19}{n}$ が循環小数になるような自然数 $n$ は

$34-9=25$ 個　→ソタ

(6)　　$3x+5y=85$　……①

①は $x=25,\ y=2$ のとき成立するので

$3\cdot25+5\cdot2=85$　……②

①－② より　　$3(x-25)+5(y-2)=0$

$3(x-25)=5(2-y)$　……③

3 と 5 は互いに素であるから，$k$ を整数とすると③より

$\begin{cases}x-25=5k\\2-y=3k\end{cases}$　　$\begin{cases}x=5k+25\\y=-3k+2\end{cases}$

$x,\ y$ はともに自然数であるから

$$\begin{cases} 5k+25>0 \\ -3k+2>0 \end{cases} \qquad -5<k<\frac{2}{3}$$

よって　　$k=-4,\ -3,\ -2,\ -1,\ 0$

すなわち，①を満たす自然数 $x$，$y$ の組み合わせは 5 通りある。 →チ

**(7)**　$k$，$l$ を整数とすると，13 で割ると 3 余る整数は $13k+3$，8 で割ると 5 余る整数は $8l+5$ と表せるので，$13k+3=8l+5$　……① を満たす $k$，$l$ を求める。

①より　　$13k-8l=2$　……②

②は，$k=2$，$l=3$ のとき成立するので

$$13\cdot2-8\cdot3=2 \quad \cdots\cdots ③$$

②－③ より　　$13(k-2)-8(l-3)=0$

$$13(k-2)=8(l-3) \quad \cdots\cdots ④$$

13 と 8 は互いに素であるから，$m$ を整数とすると④より

$$\begin{cases} k-2=8m \\ l-3=13m \end{cases} \qquad \begin{cases} k=8m+2 \\ l=13m+3 \end{cases}$$

よって，13 で割ると 3 余り，8 で割ると 5 余る整数を $n$ とすると

$$n=13(8m+2)+3$$
$$=104m+29$$

$n$ が 3 桁の自然数であるとき

$$100 \leqq 104m+29<1000$$

$$\frac{71}{104} \leqq m < \frac{971}{104} \qquad 1 \leqq m \leqq 9$$

したがって，求める個数は　　9 個　→ツ

**(8)**　3 進法で表すと 6 桁となる自然数を $N$ とすると

$$100000_{(3)} \leqq N < 1000000_{(3)}$$

$$243 \leqq N < 729 \qquad 243 \leqq N \leqq 728$$

よって，求める個数は

$728-243+1=486$ 個　→テ～ナ

**(9)**　$24^{24}$ は 3 の倍数である。

したがって，3 進法で表したときの 1 の位の数は　　0　→ニ

## ② 解答

⑴ア．5　⑵イウ．24　⑶エオ．35

⑷カキク．115　⑸ケコサ．446

⑹シス．15　⑺セソタ．126

⑻ i ）チツテ．648　ii ）トナニ．324　iii ）ヌネ．27　iv ）ノハ．86

## 解説

**《小問 8 問》**

⑴　$(ab,\ cd)=(4,\ 2),\ (4,\ 1),\ (2,\ 1)$

よって

$$(a,\ b,\ c,\ d)=(2,\ 2,\ 2,\ 1),\ (2,\ 2,\ 1,\ 2),\ (2,\ 2,\ 1,\ 1),\ (2,\ 1,\ 1,\ 1),\ (1,\ 2,\ 1,\ 1)$$

したがって　5 通り　→ア

⑵　条件を満たす 4 つの目は 3，4，5，6 のみである。

よって　$4!=24$ 通り　→イウ

⑶　4 つの目がすべて 6 のときの和が 24 であるから，差分の 4 に注目する。$a\sim d$ の 4 つの中から重複を許して 4 つ選び，その分だけ 6 から引いて足し合わせればよいので

$$\begin{aligned}{}_4\mathrm{H}_4&={}_{4+4-1}\mathrm{C}_4\\&={}_7\mathrm{C}_4={}_7\mathrm{C}_3\\&=35\text{ 通り}\end{aligned}$$

→エオ

⑷　4 つの目の和は 4 以上 24 以下であるから，次の 2 つの場合がある。

(i)　4 つの目の和が 10 になるとき

$$a+b+c+d=10\quad (a,\ b,\ c,\ d\ \text{は 1 以上 6 以下の整数})$$

$a'=a-1,\ b'=b-1,\ c'=c-1,\ d'=d-1$ とおくと

$$a'+b'+c'+d'=6\quad (a',\ b',\ c',\ d'\ \text{は 0 以上 5 以下の整数})\quad \cdots\cdots ①$$

よって，$a',\ b',\ c',\ d'$ の中から重複を許して 6 個選ぶ方法の総数から，①を満たさない場合，つまり，すべて同じものを選ぶ方法の総数を引けばよいので

$$\begin{aligned}{}_4\mathrm{H}_6-4&={}_{4+6-1}\mathrm{C}_6-4\\&={}_9\mathrm{C}_6-4={}_9\mathrm{C}_3-4\\&=80\text{ 通り}\end{aligned}$$

(ⅱ)　4つの目の和が20になるとき

(3)より　　35通り

(ⅰ)，(ⅱ)より　　$80+35=115$ 通り　→カ～ク

**(5)**　(ⅰ)　5の目が3回出るとき

5，5，5，6であればよいので　　$\dfrac{4!}{3!}=4$ 通り

(ⅱ)　5の目が2回出るとき

5，5，6，6または5，5，6，$X$（$X$ は5，6以外）または5，5，3，$Y$（$Y=2$，4）であればよいので

$$\frac{4!}{2!2!}+\frac{4!}{2!}\cdot 4+\frac{4!}{2!}\cdot 2=78\text{ 通り}$$

(ⅲ)　5の目が1回出るとき

(Ⅰ)　6の目が出るとき

5，6，6，6または5，6，6，$X$ または5，6，$X$，$Z$（$X$，$Z$ は5，6以外）であればよく，5，6，$X$，$Z$ については，$X=Z$ となる4通りと，そうでない ${}_4C_2=6$ 通りがあるので

$$\frac{4!}{3!}+\frac{4!}{2!}\cdot 4+\frac{4!}{2!}\cdot 4+4!\cdot 6=244\text{ 通り}$$

(Ⅱ)　6の目が出ないとき

5，3，3，$Y$ または5，3，$Y$，$Y'$ または5，3，$Y$，1（$Y=2$，4，$Y'=2$，4）であればよいので

$$\frac{4!}{2!}\cdot 2+\frac{4!}{2!}\cdot 2+4!+4!\cdot 2=120\text{ 通り}$$

(Ⅰ)，(Ⅱ)より，5の目が1回出るとき

$244+120=364$ 通り

(ⅰ)～(ⅲ)より

$4+78+364=446$ 通り　→ケ～サ

**(6)**　1～6から異なる4つの数を選び，大きい順に $a$，$b$，$c$，$d$ とすればよいので

$${}_6C_4={}_6C_2$$
$$=15\text{ 通り}\quad \to シス$$

**(7)**　1～6から重複を許して4つの数を選び，大きい順に $a$，$b$，$c$，$d$ と

すればよいので

$$ {}_6H_4 = {}_{6+4-1}C_4 $$
$$ = {}_9C_4 $$
$$ = 126 \text{ 通り} $$ →セ～タ

**(8) i)** $d=2,\ 4,\ 6$ であればよいので

$6^3 \cdot 3 = 648$ 通り　→チ～テ

**ii)** $(c,\ d)=(1,\ 2),\ (1,\ 6),\ (2,\ 4),\ (3,\ 2),\ (3,\ 6),\ (4,\ 4),$
$(5,\ 2),\ (5,\ 6),\ (6,\ 4)$ であればよいので

$6^2 \cdot 9 = 324$ 通り　→ト～ニ

**iii)** $a+b+c+d=3k$ （$k$ は整数）となればよい。

条件より，$4 \cdot 4 \leqq a+b+c+d \leqq 6 \cdot 4$ であるから

$16 \leqq 3k \leqq 24 \qquad \dfrac{16}{3} \leqq k \leqq 8$

よって　$k=6,\ 7,\ 8$

① $k=8$ のとき

$a=b=c=d=6$ の1通り

② $k=7$ のとき

$a+b+c+d=21$ （$a,\ b,\ c,\ d$ は4以上6以下）

(3)と同様に考えると ${}_4H_3={}_6C_3=20$ 通りであるが，この中には

$(a,\ b,\ c,\ d)=(3,\ 6,\ 6,\ 6),\ (6,\ 3,\ 6,\ 6),\ (6,\ 6,\ 3,\ 6),$
$(6,\ 6,\ 6,\ 3)$

が含まれているので

$20-4=16$ 通り

③ $k=6$ のとき

$a+b+c+d=18$

4つの目がすべて4のとき和が16であるから，$a$～$d$ の4つの中から重複を許して2つ選び，その分だけ4に加えて足し合わせればよいので

${}_4H_2={}_5C_2=10$ 通り

①～③より

$1+16+10=27$ 通り　→ヌネ

**iv)** $a+b+c+d=3l$ （$l$ は整数）となればよい。

iii）と同様に考えて　$l=4,\ 5,\ 6,\ 7,\ 8$

① $l=8$ のとき

$a=b=c=d=6$ の1通り

② $l=7$ のとき

$a+b+c+d=21$

(3)と同様に考えて

${}_4\mathrm{H}_3={}_6\mathrm{C}_3=20$ 通り

③ $l=6$ のとき

$a+b+c+d=18$ （$a$，$b$，$c$，$d$ は3以上6以下）

$a'=a-3$，$b'=b-3$，$c'=c-3$，$d'=d-3$ とおくと

$a'+b'+c'+d'=6$ （$a'$，$b'$，$c'$，$d'$ は0以上3以下） ……(＊)

(＊)を満たす4つの数の組は

(3，3，0，0)，(3，2，1，0)，(3，1，1，1)，(2，2，2，0)，

(2，2，1，1)

よって

$$\frac{4!}{2!2!}\cdot 2+\frac{4!}{3!}\cdot 2+4!=44 \text{ 通り}$$

④ $l=5$ のとき

$a+b+c+d=15$

4つの目がすべて3のとき和が12であるから，$a \sim d$ の4つの中から重複を許して3つ選び，その分だけ3に加えて足し合わせればよいので

${}_4\mathrm{H}_3={}_6\mathrm{C}_3=20$ 通り

⑤ $l=4$ のとき

$a=b=c=d=3$ の1通り

①～⑤より

$1+20+44+20+1=86$ 通り →ノハ

## 3 解答

**(1)ア．** 1 **イ．** 2 **ウ．** 2 **エ．** 2 **オ．** 4
**カキ．** 14 **ク．** 4

**(2)ケ．** 4 **コ．** 3 **サシ．** 27 **ス．** 7 **セソ．** 48 **タ．** 7

**(3)チツ．** 28 **テ．** 7 **トナ．** 60 **ニヌ．** 21 **ネ．** 3 **ノハ．** 13 **ヒ．** 2
**フヘ．** 39 **ホ．** 6

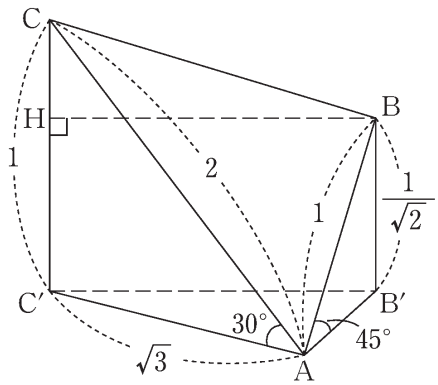
## 解 説

**《三角比，余弦定理》**

**(1)**　地点B，地点Cから地面に下ろした垂線と地面の交点をB′，C′とする。$BB'=\dfrac{1}{\sqrt{2}}$，$CC'=1$であるから，地点Bと地点Cの標高の差は

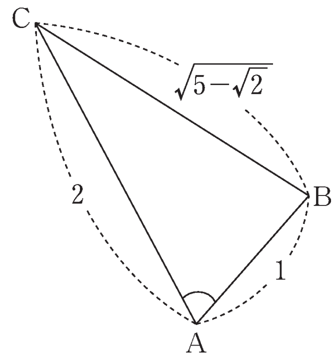
$$1-\frac{1}{\sqrt{2}}=1-\frac{\sqrt{2}}{2}\quad\text{→ア～ウ}$$

ここで，地点BからCC′に下ろした垂線の足をHとすると




$$\begin{aligned}BC^2&=CH^2+HB^2\\&=CH^2+B'C'^2\\&=\left(1-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2+(\sqrt{3})^2+\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2\\&=5-\sqrt{2}\end{aligned}$$

△ABCにおいて，余弦定理により




$$\begin{aligned}\cos\angle BAC&=\frac{AB^2+AC^2-BC^2}{2\cdot AB\cdot AC}\\&=\frac{1+4-(5-\sqrt{2})}{2\cdot1\cdot2}\\&=\frac{\sqrt{2}}{4}\quad\text{→エ，オ}\end{aligned}$$

よって

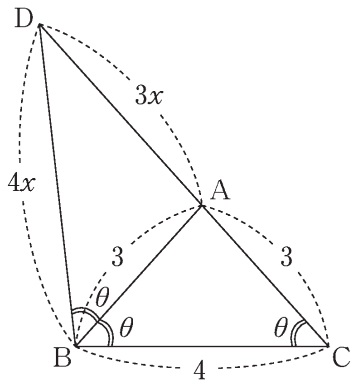
$$\sin\angle BAC=\sqrt{1-\left(\frac{\sqrt{2}}{4}\right)^2}=\frac{\sqrt{14}}{4}$$

$$\begin{aligned}S&=\frac{1}{2}\cdot AB\cdot AC\cdot\sin\angle BAC\\&=\frac{1}{2}\cdot1\cdot2\cdot\frac{\sqrt{14}}{4}\\&=\frac{\sqrt{14}}{4}\quad\text{→カ～ク}\end{aligned}$$

**(2)**　角の二等分線の定理により

AC：AD＝BC：BD

3：AD＝4：BD



$3\mathrm{BD}=4\mathrm{AD}$

$\dfrac{\mathrm{BD}}{\mathrm{AD}}=\dfrac{4}{3}$ →ケ，コ

$\angle\mathrm{ABC}=\angle\mathrm{ACB}=\theta$ とおくと，△ABC において余弦定理により

$\cos\theta=\dfrac{4^2+3^2-3^2}{2\cdot4\cdot3}=\dfrac{2}{3}$

$\dfrac{\mathrm{BD}}{\mathrm{AD}}=\dfrac{4}{3}$ より，$\mathrm{BD}=4x$，$\mathrm{AD}=3x$ とおくと，△BCD において余弦定理により

$(4x)^2=(3x+3)^2+4^2-2\cdot(3x+3)\cdot4\cdot\cos\theta$

$16x^2=9x^2+18x+9+16-2\cdot(3x+3)\cdot4\cdot\dfrac{2}{3}$

$7x^2-2x-9=0$　　$(7x-9)(x+1)=0$

$x=-1,\ \dfrac{9}{7}$

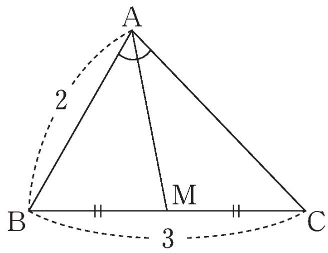
$x>0$ より　　$x=\dfrac{9}{7}$

よって

$\mathrm{AD}=3x=\dfrac{27}{7}$ →サ～ス

$\mathrm{CD}=3x+3=\dfrac{48}{7}$ →セ～タ

**(3)**　$1+\tan^2A=\dfrac{1}{\cos^2A}$ より




$\cos^2A=\dfrac{1}{1+(3\sqrt{3})^2}=\dfrac{1}{28}$ →チツ

$0^\circ<A<180^\circ$，$\tan A>0$ より，$\cos A>0$ であるから

$\cos A=\dfrac{1}{2\sqrt{7}}$

△ABC において余弦定理により

$3^2=2^2+\mathrm{AC}^2-2\cdot2\cdot\mathrm{AC}\cos A$

$\mathrm{AC}^2-\dfrac{2}{\sqrt{7}}\mathrm{AC}-5=0$

$\sqrt{7}\,\mathrm{AC}^2-2\mathrm{AC}-5\sqrt{7}=0$　　$(\sqrt{7}\,\mathrm{AC}+5)(\mathrm{AC}-\sqrt{7})=0$

$\mathrm{AC}>0$ より　　$\mathrm{AC}=\sqrt{7}$　→テ

よって　　$\cos B=\dfrac{2^2+3^2-(\sqrt{7})^2}{2\cdot 2\cdot 3}=\dfrac{1}{2}$

$0^\circ<B<180^\circ$ より　　$B=60^\circ$　→トナ

△ABC において，正弦定理により

$$\frac{\sqrt{7}}{\sin 60^\circ}=2R_1 \qquad R_1=\frac{\sqrt{21}}{3}$$ →ニ～ネ

△ABM において，余弦定理により

$$\begin{aligned}\mathrm{AM}^2&=2^2+\left(\frac{3}{2}\right)^2-2\cdot 2\cdot\frac{3}{2}\cdot\cos 60^\circ\\&=\frac{13}{4}\end{aligned}$$

$\mathrm{AM}>0$ より　　$\mathrm{AM}=\dfrac{\sqrt{13}}{2}$　→ノ～ヒ

△ABM において，正弦定理により

$$\frac{\frac{\sqrt{13}}{2}}{\sin 60^\circ}=2R_2 \qquad R_2=\frac{\sqrt{39}}{6}$$ →フ～ホ