

2月2日(金)

令和6年度 A日程入学試験問題

選 択 科 目

— 注意事項 —

- 1 問題ページは以下のとおり。解答用紙はいずれの科目も1枚である。

日本史	1 ~ 14 ページ	世界史	15 ~ 30 ページ
政治・経済	31 ~ 50 ページ	数学①	52 ~ 57 ページ
数学②	58 ~ 66 ページ		

- 2 試験開始後、問題を見てから解答する科目を選択することができる。
選択した科目は、解答用紙の科目名欄へ指示にしたがって記入し、選択欄を必ずマークすること。
※数学を選択する場合は、文学部、神道文化学部、法学部、人間開発学部は「数学①」を、経済学部、観光まちづくり学部は「数学②」を解答すること。
- 3 解答は、解答用紙の解答マーク欄へ問題の指示にしたがってマークすること。
解答用紙は全科目共通であるから、科目によってはマークしなくてもよい解答マーク欄がある。
なお、数学の解答のみ解答用紙裏面の「B面」に解答すること。
- 4 裏表紙に数学の解答上の注意が記載してあるので、この問題冊子を裏返して読んでおくこと。
- 5 試験時間は60分である。

数 学 ②

1 この問題は、1 の解答欄 ア ～ ヒ に解答すること。(34点)

次の問いに答えなさい。

(1) a を定数とする。2次関数 $y = x^2 - 10x + a$ ($4 \leq x \leq 7$) が最大値をとるのは、 $x =$ のときである。最大値が5となるのは、 $a =$ のときである。

(2) 2次方程式 $2x^2 + (m - 2)x + m + 4 = 0$ は重解をもつ。定数 m の値が $m =$ のとき、重解は $x =$ であり、
 $m =$ のとき、重解は $x =$ である。

(3) 次の ～ に当てはまるものを、下の選択肢⑩～⑨の中から1つずつ選び、番号で答えなさい。ただし、同じ選択肢を繰り返し選んでもよい。

i) $f(x) = x^2 - 4x + 4$ とする。2次不等式の解について考える。

$f(x) < 0$ の解は

$f(x) \leq 0$ の解は

$f(x) > 0$ の解は

$f(x) \geq 0$ の解は

ii) $g(x) = -x^2 - 4x - 5$ とする。2次不等式の解について考える。

$g(x) < 0$ の解は

$g(x) > 0$ の解は

- ⑩ すべての実数 ① ない ② $x = -2$
③ -2 以外のすべての実数 ④ $x = 2$ ⑤ 2 以外のすべての実数
⑥ $x < -2$ ⑦ $x > -2$ ⑧ $x < 2$ ⑨ $x > 2$

(4) 不等式 $1 - \frac{n-1}{3} > \frac{n}{4}$ について考える。

この不等式を整理すると、 $n < \frac{\boxed{\text{チツ}}}{\boxed{\text{テ}}}$ となる。よって、この不等式を満

たす最大の自然数 n の値は、 $n = \boxed{\text{ト}}$ である。

(5) p 、 q は素数で、 $p < q$ とする。積 pq の正の約数の総和が 36 であるとき、

$p = \boxed{\text{ナ}}$ 、 $q = \boxed{\text{ニヌ}}$ である。

(6) 14 で割ると 5 余り、9 で割ると 7 余る自然数のうち、4 桁で最小のものは

$\boxed{\text{ネノハヒ}}$ である。

2 この問題は、2 の解答欄 **ア** ~ **ヒ** に解答すること。(33点)

次の高校生Aと大学生Bの会話を読んで、問いに答えなさい。

A : 「先輩、お久しぶりです。経済学部へ行かれていますよね。経済学では数学を使うと聞いたことがあるのですが・・・」

B : 「そうだね。たとえば、こんな問題。あなたはマスク製造会社の社長である。長年の経験から収入関数 $R(Q)$ と費用関数 $C(Q)$ は次のようにわかっている。ここで Q は生産量である。

$$R(Q) = 20Q - 4Q^2 \quad C(Q) = Q^3 - 23Q^2 + 75Q + 75$$

このとき利潤を最大化するための生産量 Q を求めなさい。ただし、 Q は非負の実数とする。」

A : 「なんだかおもしろそうですね。でも、マスクを作れば作るほど会社の利潤は大きくなるのではないですか？」

B : 「たしかに生産量を増やせば収入は大きくなるけれど、同時に費用もどんどん増えていく。原材料費とか、光熱費とか、人件費とか。だから作れば作るほどもうかるというわけではなくて、適切な範囲があるのだ。」

A : 「この場合、利潤はどのように定義するのですか？」

B : 「利潤は収入から費用を引いたものであり、利潤関数 $\pi(Q) = R(Q) - C(Q)$ と定義できる。

$$\pi(Q) = R(Q) - C(Q) = -Q^3 + \boxed{\text{アイ}} Q^2 - \boxed{\text{ウエ}} Q - 75$$

$\pi(Q)$ を求めたら、これを微分して0になる Q を求めるのが定石だよな。」

A : 「 $\pi'(Q) = 0$ つまり $\boxed{\text{オカ}} Q^2 + \boxed{\text{キク}} Q - \boxed{\text{ケコ}} = 0$

これを解いて $Q = \frac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シ}}}$ 、 $\boxed{\text{スセ}}$

ふたつの解が求まりました。」

B : 「高校では増減表を書いて極大値を求めたけど、大学では導関数をもう一度微分する方法を学ぶ。

$$\pi'(Q) = \boxed{\text{オカ}} Q^2 + \boxed{\text{キク}} Q - \boxed{\text{ケコ}} \text{ をもう一度微分して}$$

$$\pi''(Q) = \boxed{\text{ソタ}} Q + \boxed{\text{チツ}} \text{ となる。}$$

A : 「 $\pi''(Q)$ はどう使うのですか？」

B : 「 $\pi(Q)$ が極値となる Q の値がふたつ求まったね。二階の条件とよばれる条件を調べることで、それぞれの Q が極大となるか極小となるかがわかる。ここでは、 $\pi''(Q) \leq 0$ を満たしている Q で $\pi(Q)$ が極大値となることがわかっている。」

A : 「・・・難しくなってきました。」

B : 「大丈夫。

$$\pi''(Q) = \boxed{\text{ソタ}} Q + \boxed{\text{チツ}} \text{ より}$$

$$Q = \frac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シ}}} \text{ のとき } \pi''(Q) > 0 \text{ この場合は二階の条件を満たしていない。}$$

$$Q = \boxed{\text{スセ}} \text{ のとき } \pi''(Q) \leq 0 \text{ この場合は二階の条件を満たしている。}$$

よって $Q = \boxed{\text{スセ}}$ が条件に適した解である。このときの利潤を求めてみよう。」

A : 「 $\pi(Q) = \boxed{\text{テトナ}}$ になりました。」

B : 「ちなみに $Q = 0$ の場合には $\pi(Q) = -$ 。つまり生産量がゼロの時の利潤がマイナスなのは経験的にもうなずけるね。

それでは、事業が黒字になる場合、つまり $\pi(Q) > 0$ となる Q の範囲はどれくらいだろう。」

A : 「 $\pi(Q) = -Q^3 +$ $Q^2 -$ $Q - 75$ を因数分解して、

$$\pi(Q) = -(Q + \text{ネ})(Q - \text{ノ})(Q - \text{ハヒ})$$

よって、 $\pi(Q) > 0$ を満たす Q は、

$$Q < -\text{ネ}、\text{ノ} < Q < \text{ハヒ}$$

Q は非負の実数であることから、 $\text{ノ} < Q < \text{ハヒ}$ となります。」

B : 「よって、 $\text{ノ} < Q < \text{ハヒ}$ を満たす $Q =$ で、 $\pi(Q)$ が最大値をとることになるね。つまりマスクの生産量は、少なすぎても多すぎても赤字になり、黒字になる適切な範囲があるということがわかるね。」

A : 「経済学と数学の関係が良くわかりました。ありがとうございました！」

3 この問題は、3 の解答欄 **ア** ~ **ホ** に解答すること。(33点)

次の問いでは、**ア**、**エ**、**カ** ~ **ク** は選択肢から1つ適切なものを、**イ**、**ウ**、**オ**、**ケ** ~ **ホ** は当てはまる数を答えなさい。

(1) 空間上に $\triangle ABC$ がある。点 D が $\triangle ABC$ の内部 (辺上を含む) にあるとき、 \overrightarrow{AD} は、 \overrightarrow{AB} 、 \overrightarrow{AC} を用いて、

$$\overrightarrow{AD} = k\overrightarrow{AB} + \text{ア} \overrightarrow{AC} \quad (0 \leq k \leq \text{イ}, 0 \leq \text{ア} \leq \text{ウ}, 0 \leq \text{エ} \leq \text{オ})$$

と表される。

また、頂点 A 、 B 、 C 、点 D の位置ベクトルを、それぞれ \vec{a} 、 \vec{b} 、 \vec{c} 、 \vec{d} とするとき、 \vec{d} は、 \vec{a} 、 \vec{b} 、 \vec{c} を用いて、

$$\vec{d} = \text{カ} \vec{a} + k\vec{b} + \text{キ} \vec{c} \quad (0 \leq k \leq \text{イ}, 0 \leq \text{キ} \leq \text{ウ}, 0 \leq \text{エ} \leq \text{オ})$$

と表される。

ア	エ	カ	キ	の選択肢
① k	① l	② $k + l$	③ $-(k + l)$	
④ $\{1 - (k + l)\}$	⑤ $\{1 - (k - l)\}$			

(2) $A = (0, 1, u)$ 、 $B = (-2, -2, 0)$ 、 $C = (2, -2, 0)$ とする。

直線 L が点 $P(0, 0, 4)$ と点 $Q(0, 1, 0)$ を通るとき、 $\triangle ABC$ を含む平面 S と直線 L の交点を求めたい。

点 P 、 Q の位置ベクトルをそれぞれ \vec{p} 、 \vec{q} とする。このとき、直線 L 上の点 R の位置ベクトル \vec{r} は、次の式によって表される。

$$\vec{r} = \boxed{\text{ク}} \vec{p} + m \vec{q}$$

$\boxed{\text{ク}}$ の選択肢：

- ① k ② l ③ $(k + l)$ ④ $-(k + l)$
⑤ m ⑥ $-m$ ⑦ $(m - 1)$ ⑧ $(1 - m)$

平面 S は、 $\triangle ABC$ を含むので、平面 S 上の点 D' の位置ベクトル \vec{d}' は、次の式によって表される。

$$\vec{d}' = \boxed{\text{カ}} \vec{a} + k \vec{b} + \boxed{\text{キ}} \vec{c}$$

平面 S と直線 L の交点では、

$$\vec{d}' = \vec{r}$$

を満たす。

すなわち、平面 S と直線 L の交点 T の座標を (x, y, z) としたとき、 x 座標、 y 座標、 z 座標の値に対して以下の連立方程式が成り立つ。

x 座標：

$$\boxed{\text{ケ}} k + l = 0$$

y 座標：

$$- \boxed{\text{コ}} k - \boxed{\text{サ}} l + \boxed{\text{シ}} = m$$

z 座標：

$$u\{1 - (k + l)\} = \boxed{\text{ス}} - \boxed{\text{セ}} m$$

よって、交点 T の座標は、

$$\left(\boxed{\text{ソ}}, \frac{\boxed{\text{タチ}} - \boxed{\text{ツ}} u}{u + \boxed{\text{テト}}}, \frac{\boxed{\text{ナニ}} u}{u + \boxed{\text{ヌネ}}} \right)$$

となる。

また、 $u = \boxed{\text{ノハヒ}}$ のとき、平面 S と直線 L は交点を持たない。

(3) 交点 T が $\triangle ABC$ の内部 (边上を含む) にあるとき、 u は、

$$u \geq \boxed{\text{フ}}$$

を満たす。

また、 $\boxed{\text{フ}} \leq u < 6$ のとき線分 PT の長さが、平面 S と点 P の距離と等しくなる u は、

$$u = \frac{\boxed{\text{ヘ}}}{\boxed{\text{ホ}}}$$

となる。

「数学」 解答上の注意

1. 問題文中の空欄 、 などには、原則として数字 (0~9)、符号 (－、±)、文字 (a~f または A~F) のいずれかが入ります。ア、イ、ウ、… の1つ1つが、これらのいずれか1つに対応しますので、解答用紙の ア、イ、ウ、… で示された解答欄にマークして答えなさい。

なお、同一の問題文中に 、 などが2度以上現れる場合、2度目以降は、、 のように細字で表記します。

2. 数と文字の積の形で解答する場合、数を文字の前にして答えなさい。

3. AB または BA のどちらも正解であるような場合は、「解答欄 に2つマークしなさい」のように指示されます。この場合は1つの解答欄に2つマークしなさい。

例えば、 に CE または EC と答えたいとき、次のようにマークしなさい。

オ	－	±	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	●	D	●	F
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

4. 分数形で解答する場合は、それ以上約分できない形の既約分数で答えなさい。また、符号は必ず分子につけなさい (分母につけると誤りになります)。

例えば、 $\frac{\text{カキ}}{\text{ク}}$ に $-\frac{4}{5}$ と答えたいときには $\frac{-4}{5}$ としして答えなさい。

5. 根号を含む形での解答は、根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えなさい。

例えば、 $\sqrt{\text{ケ}}$ 、 $\sqrt{\frac{\text{サシ}}{\text{ス}}}$ にそれぞれ $6\sqrt{2}$ 、 $\frac{\sqrt{11}}{3}$ と答える場合に、 $3\sqrt{8}$ 、 $\frac{\sqrt{44}}{6}$ のように答えると誤りとなります。

6. 小数の形で解答する場合、指定された桁数の一つ下の桁を四捨五入して答えなさい。また、必要に応じて、指定された桁まで0をマークしなさい。

例えば、. に答える値が2.03であったとき、2.0として答えなさい。