# 数学①

## ◀文・神道文化・法・人間開発学部▶

**1** 解答

(1)**ア．** 7　**イウ．** 26

(2)**エオ．** −2　**カ．** 1　**キク．** 14　**ケコ．** −3

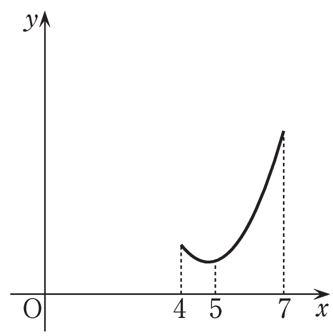
(3) i )**サ**—①　**シ**—④　**ス**—⑤　**セ**—⓪　ii )**ソ**—⓪　**タ**—①

(4)**チツ．** 16　**テ．** 7　**ト．** 2　(5)**ナ．** 2　**ニヌ．** 11　(6)**ネノハヒ．** 1069

**解説**

**《小問6問》**

(1)　$y=x^2-10x+a=(x-5)^2-25+a$




これより，$4 \leqq x \leqq 7$ のとき，$y$ が最大値をとるのは，軸の方程式が $x=5$ より

$x=7$　→ア

のときである。また，このとき，最大値が5となる $a$ の値は

$7^2-10 \cdot 7+a=5$

$a=26$　→イウ

(2)　$2x^2+(m-2)x+m+4=0$　……①

2次方程式①が重解をもつ条件は，2次方程式①の判別式を $D$ とすると，$D=0$ であるから

$D=(m-2)^2-4 \cdot 2(m+4)=0$

$m^2-4m+4-8m-32=0$

$m^2-12m-28=0$

$(m+2)(m-14)=0$

$m=-2,\ 14$

$m=-2$ のとき，①は $2x^2-4x+2=0$

$2(x-1)^2=0 \qquad x=1$

$m=14$ のとき，①は $2x^2+12x+18=0$

$2(x+3)^2=0 \qquad x=-3$

以上より

$m=-2$ のとき　　重解は $x=1$　→エオ，カ

$m=14$ のとき　　重解は $x=-3$　→キク，ケコ

**(3)**　**i）**　$f(x)=x^2-4x+4=(x-2)^2$

より

$f(x)<0$　すなわち　$(x-2)^2<0$ の解は，ない（①）　→サ

$f(x)\leqq 0$　すなわち　$(x-2)^2\leqq 0$ の解は

$x=2$（④）　→シ

$f(x)>0$　すなわち　$(x-2)^2>0$ の解は，2 以外のすべての実数（⑤）

→ス

$f(x)\geqq 0$　すなわち　$(x-2)^2\geqq 0$ の解は，すべての実数（⓪）　→セ

**ii）**　$g(x)=-x^2-4x-5=-(x+2)^2-1$

より，$g(x)<0$ のとき

$-(x+2)^2-1<0 \qquad (x+2)^2+1>0$

よって，$g(x)<0$ の解は，すべての実数（⓪）　→ソ

また，$g(x)>0$ のとき

$-(x+2)^2-1>0 \qquad (x+2)^2+1<0$

よって，$g(x)>0$ の解は，ない（①）　→タ

**(4)**　$1-\dfrac{n-1}{3}>\dfrac{n}{4}$

両辺に 12 をかけて　　$12-4(n-1)>3n$

$12-4n+4>3n \qquad -7n>-16$

$n<\dfrac{16}{7}$　→チツ，テ

また，$n<\dfrac{16}{7}=2.2\cdots$ であるから，この不等式を満たす最大の自然数 $n$ の値は

$n=2$　→ト

**(5)**　$p$，$q$ が素数のとき，$pq$ の正の約数の総和は，$(1+p)(1+q)$ であり，

これが36であるから

$$(1+p)(1+q)=36 \quad \cdots\cdots①$$

ここで，$p<q$ より，$1+p<1+q$ であるから，①より

$$(1+p,\ 1+q)=(1,\ 36),\ (2,\ 18),\ (3,\ 12),\ (4,\ 9)$$

この組の中で，$p$，$q$ が素数となる組は

$$(p,\ q)=(2,\ 11) \quad \to ナ，ニヌ$$

**(6)** 14で割ると5余り，9で割ると7余る自然数を $n$ とし，$x$，$y$ を整数とすると

$$n=14x+5=9y+7 \quad \cdots\cdots①$$

と表せる。このとき，①は $14x+5=9y+7$

$$14x-9y=2 \quad \cdots\cdots②$$

ここで，$x=4$，$y=6$ のとき

$$14\cdot4-9\cdot6=2 \quad \cdots\cdots③$$

であるから，②－③ より

$$14(x-4)-9(y-6)=0$$

$$14(x-4)=9(y-6)$$

14と9は互いに素であるから，$k$ を整数とすると

$$y-6=14k \qquad y=14k+6$$

と表すことができる。①より

$$n=9y+7=9(14k+6)+7=126k+61$$

$k=8$ のとき，$n=126\cdot8+61=1069$

である。$k\leqq7$ のとき，$n<1000$ であるから，4桁で最小のものは，$k=8$ のときのみとなる。

すなわち　$n=1069$　→ネノハヒ

## 2 解答

**(1) i )アイ．** 67　**ウエ．** 84　**ii )オ**―③
**iii )カ．** 8　**キ．** 5

**(2) i )クケコ．** 254　**ii )サシス．** 128　**iii )セソタチ．** 5796

**(3) i )ツテト．** 120　**ii )ナニ．** 72　**iii )ヌ．** 1　**ネノ．** 11　**ハ．** 1　**ヒ．** 3

### 解説

**《四分位数，四分位偏差，組分け，円順列，確率の乗法定理》**

**(1)　i )**　大きさ20のデータを小さい順に並べると

63，65，66，66，67，67，68，74，74，75　……①

76，79，81，83，84，84，86，87，87，88　……②

ここで，上段の下位グループを①，下段の上位グループを②とすると，

第１四分位数 $Q_1$ は，①の５番目と６番目の平均をとって

$$Q_1=\frac{67+67}{2}=67 \quad \to アイ$$

第３四分位数 $Q_3$ は，②の５番目と６番目の平均をとって

$$Q_3=\frac{84+84}{2}=84 \quad \to ウエ$$

**ⅱ）**　パンが売れ残る日数20日間を75％程度にしたい場合の日数は

$20\times0.75=15$ 日間

である。データ②より，売れ残る日数を75％程度にしたい場合は，販売個数を84（③）個にするのが適当である。→オ

**ⅲ）**　四分位偏差は　$\dfrac{Q_3-Q_1}{2}=\dfrac{84-67}{2}=8.5$　→カ，キ

**⑵**　**ⅰ）**　Ａチーム，Ｂチームのどちらか一方が０人でもよいとすると，Ａ，Ｂの２チームに８人を分ける方法は

$2^8=256$ 通り

Ａ，Ｂの２チームに１人以上入る分け方は，この256通りのうち，Ａ，Ｂのどちらかが０人となる場合を除いて

$256-2=254$ 通り　→クケコ

**ⅱ）**　サトルさんとヒカルさんの２人を同じチームにしない場合は，サトルさんとヒカルさんが，それぞれ，ＡチームまたはＢチームのどちらかに入ればよいので，その入り方は２通り。また，他の６人の分け方は

$2^6=64$ 通り

であるから，求める場合の数は

$64\times2=128$ 通り　→サシス

**ⅲ）**　まず，３チームＡ，Ｂ，Ｃのうち，１つまたは２つのチームが０人でもよいとすると，Ａ，Ｂ，Ｃの３チームに８人を分ける方法は

$3^8=6561$ 通り

次に，８人がＡ，Ｂ，Ｃの３チームのうち，１チームに入る入り方は，全部で３通りある。さらに，８人がＡ，Ｂ，Ｃの３チームのうち，２チー

ムにそれぞれ1人以上入る入り方は，ｉ)より，254通りある。また，この2チームの並び方は，${}_3C_2=3$通りあるので，8人をA，B，Cの3チームにそれぞれ1人以上入るように分ける方法は

$6561-3-254\times3=5796$通り　→セソタチ

(3)　**ｉ)**　6人が円卓を囲んで座るときの並び方は

$(6-1)!=5!=120$通り　→ツテト

**ii)**　まず，課長と係長が隣り合う並び方を求める。

課長と係長2人1組と残り4人の円卓の並び方は

$(5-1)!=4!=24$通り

その各々について，課長と係長の並び方は

$2!=2$通り

以上，課長と係長が隣り合わないように6人が円卓を囲んで座るときの並び方は，ｉ)を利用して

$120-24\times2=72$通り　→ナニ

**別解**　まず，部下4人の円卓を囲んで座るときの並び方は

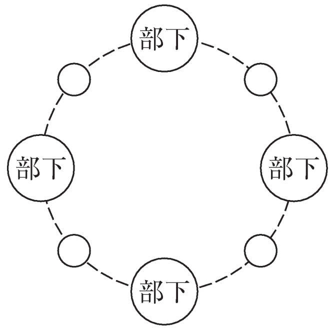
$(4-1)!=3!=6$通り

であり，部下と部下の間の4カ所に課長と係長が1人ずつ座るときの並び方は

${}_4P_2=4\cdot3=12$通り

よって，求める並び方は

$6\times12=72$通り




**iii)**　12本のくじの中に当たりくじが4本あり，一度引いたものは元に戻さないものとする。はじめに課長が1本引き，次に係長が1本引くとき，2人とも当たる確率は

$\dfrac{4}{12}\times\dfrac{3}{11}=\dfrac{1}{11}$　→ヌ，ネノ

また，係長が当たる場合は

課長が当たり，係長が当たる　または

課長がはずれ，係長が当たる

の2通りである。これらは互いに排反であるから，求める確率は

$\frac{4}{12}\times\frac{3}{11}+\frac{8}{12}\times\frac{4}{11}=\frac{1}{3}$ →ハ，ヒ

## 3 解答

**⑴ⅰ)アイ．** 36　**ウエ．** 72

**ⅱ)オ．** 5　**カ．** 5　**キク．** −5　**ケ．** 3　**コ．** 5

**ⅲ)サシ．** −1　**ス．** 5　**セ．** 4　**ソ．** 1　**タ．** 5　**チ．** 4

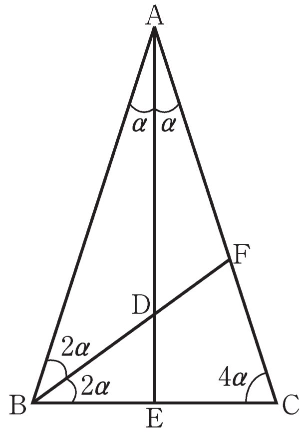
**⑵ⅰ)ツ．** 6　**ⅱ)テ．** 8　**ト．** 2　**ナ．** 4　**ニ．** 2　**ヌ．** 9

**ⅲ)ネ．** 9　**ノ．** 2　**ハ．** 4　**ヒ．** 2

### 解説

**《角の二等分線，三角比，正弦定理，三角形の面積，外接円と内接円の半径》**

**⑴　ⅰ)**　$\angle\mathrm{BAE}=\alpha$ とおくと，直線 AE は $\angle\mathrm{A}$ の二等分線であるから




$\angle\mathrm{A}=2\alpha$

また，$\angle\mathrm{B}=2\angle\mathrm{A}$ より

$\angle\mathrm{B}=2\cdot 2\alpha=4\alpha$

さらに，$\triangle\mathrm{ABC}$ は二等辺三角形であるから

$\angle\mathrm{B}=\angle\mathrm{C}=4\alpha$

これらより

$\angle\mathrm{A}+\angle\mathrm{B}+\angle\mathrm{C}=180^\circ$

$2\alpha+4\alpha+4\alpha=180^\circ$

$10\alpha=180^\circ\qquad\alpha=18^\circ$

以上より　　$A=\angle\mathrm{A}=2\cdot 18^\circ=36^\circ$ →アイ

また　　$\angle\mathrm{B}=\angle\mathrm{C}=4\cdot 18^\circ=72^\circ$

であり，直線 BF は $\angle\mathrm{B}$ の二等分線であるから

$\angle\mathrm{FBC}=\frac{1}{2}\angle\mathrm{B}=\frac{1}{2}\cdot 72^\circ=36^\circ$

以上より

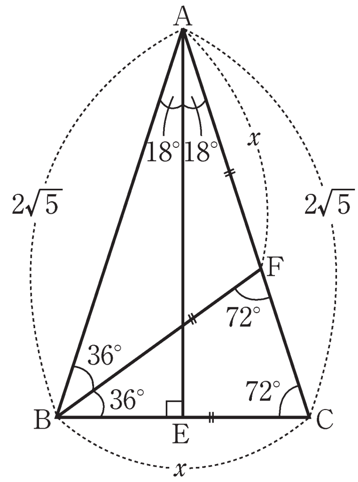
$\angle\mathrm{BFC}=180^\circ-\angle\mathrm{FBC}-\angle\mathrm{C}=180^\circ-36^\circ-72^\circ=72^\circ$ →ウエ

**ⅱ)**　ⅰ)より，$\triangle\mathrm{BCF}$ と $\triangle\mathrm{BFA}$ は二等辺三角形であるから

$\mathrm{BC}=\mathrm{BF}=\mathrm{AF}=x$

とおくと，$\triangle\mathrm{ABC}\backsim\triangle\mathrm{BCF}$ より

$$\mathrm{AB}:\mathrm{BC}=\mathrm{BC}:\mathrm{CF}$$
$$\mathrm{AB}:\mathrm{BC}=\mathrm{BC}:(\mathrm{AC}-\mathrm{AF})$$
$$2\sqrt{5}:x=x:(2\sqrt{5}-x)$$
$$x^2=2\sqrt{5}(2\sqrt{5}-x)$$
$$x^2+2\sqrt{5}x-20=0$$
$$x=\frac{-\sqrt{5}\pm\sqrt{(-\sqrt{5})^2-1\cdot(-20)}}{1}$$
$$=-\sqrt{5}\pm5$$




$x>0$ より，$x=5-\sqrt{5}$ である。よって，$\mathrm{BC}=x=5-\sqrt{5}$　→オ，カ

このとき
$$\mathrm{FC}=\mathrm{AC}-\mathrm{AF}=2\sqrt{5}-(5-\sqrt{5})$$
$$=-5+3\sqrt{5}$$ →キク，ケ，コ

**iii）**　まず，$\angle\mathrm{AEB}=90^\circ$ であり，点Eは線分BCの中点であるから
$$\mathrm{BE}=\frac{1}{2}\mathrm{BC}=\frac{5-\sqrt{5}}{2}$$
このとき，△ABEより
$$\sin\angle\mathrm{BAE}=\frac{\mathrm{BE}}{\mathrm{AB}}=\frac{\frac{5-\sqrt{5}}{2}}{2\sqrt{5}}=\frac{5-\sqrt{5}}{4\sqrt{5}}$$
$$=\frac{5\sqrt{5}-5}{4\cdot5}=\frac{-1+\sqrt{5}}{4}$$ →サシ，ス，セ

また，FからABに下ろした垂線をFHとすると
$$\cos\angle\mathrm{FBC}=\cos\angle\mathrm{FAH}=\frac{\mathrm{AH}}{\mathrm{AF}}=\frac{\frac{1}{2}\mathrm{AB}}{x}$$
$$=\frac{\sqrt{5}}{5-\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{5}(5+\sqrt{5})}{(5-\sqrt{5})(5+\sqrt{5})}$$
$$=\frac{5\sqrt{5}+5}{20}=\frac{1+\sqrt{5}}{4}$$ →ソ，タ，チ

**(2)**　**i）**　まず，BC＝4より　　$\mathrm{BE}=\frac{1}{2}\mathrm{BC}=2$

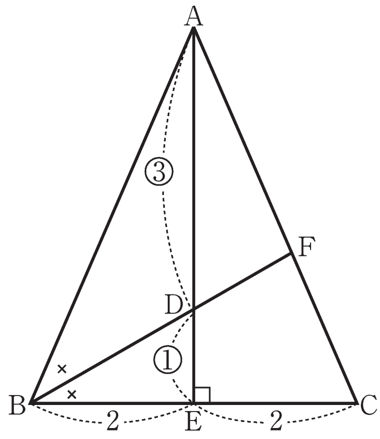
また，AD：DE＝3：1であり，直線BFは∠Bの二等分線であるから

$\mathrm{AB}:\mathrm{BE}=\mathrm{AD}:\mathrm{DE}\qquad \mathrm{AB}:2=3:1$

$\mathrm{AB}=6$　→ツ

ii）　まず，$\triangle$ABE に三平方の定理を用いると

$$\mathrm{AE}=\sqrt{\mathrm{AB}^2-\mathrm{BE}^2}=\sqrt{6^2-2^2}=4\sqrt{2}$$




であるから，$\triangle$ABC の面積 $S$ は

$$S=\frac{1}{2}\cdot\mathrm{BC}\cdot\mathrm{AE}=\frac{1}{2}\cdot4\cdot4\sqrt{2}$$

$$=8\sqrt{2}$$　→テ，ト

このとき

$$S=\frac{1}{2}\cdot\mathrm{AB}\cdot\mathrm{AC}\cdot\sin\mathrm{A}$$

$$8\sqrt{2}=\frac{1}{2}\cdot6\cdot6\cdot\sin\mathrm{A}$$

$$\sin A=\frac{4\sqrt{2}}{9}$$　→ナ，ニ，ヌ

iii）　$\triangle$ABC の外接円の半径 $R$ について，正弦定理を用いると

$$\frac{\mathrm{BC}}{\sin A}=2R$$

$$R=\frac{\mathrm{BC}}{2\sin A}=\frac{4}{2\cdot\frac{4\sqrt{2}}{9}}=\frac{9}{2\sqrt{2}}$$

$$=\frac{9\sqrt{2}}{4}$$　→ネ，ノ，ハ

次に，$\triangle$ABC の内接円の半径 $r$ について

$$S=\frac{r}{2}(\mathrm{AB}+\mathrm{BC}+\mathrm{CA})\qquad 8\sqrt{2}=\frac{r}{2}(6+4+6)$$

$r=\sqrt{2}$　→ヒ