2025年度 一般選抜 一般A日程入試
（2月1日実施分）

数 学

◀範囲①：数学Ⅰ，Ⅱ，Ⅲ，A，B，C▶

1 **解答** (1)**ア.** $x^2-2sx+s^2+2s+1$ **イ.** $s<-\frac{1}{2}$

ウ. $s-\sqrt{-2s-1}$ **エ.** -5

(2)**オ.** $\frac{2}{165}$ **カ.** $\frac{41}{55}$ **キ.** 12 **ク.** $\frac{8}{33}$

(3)**ケ**―(iv) **コ**―(i) **サ**―(iii) **シ**―(ii)

2 **解答** (1)**ス.** 5 **セ.** $\frac{8}{41}$ **ソ.** 1 **タ.** $m<-\frac{40}{9}$, $0<m$

(2)**チ.** 8 **ツ.** $\frac{1}{16}$ **テ.** 0 **ト.** $\frac{1}{6}$

(3)**ナ.** $\frac{\sqrt{x}\cos\sqrt{x}-\sin\sqrt{x}}{2x\sqrt{x}}$ **ニ.** $-\frac{1}{2\pi^2}x+\frac{1}{2}$ **ヌ.** $2\cos\sqrt{x}+2$

ネ. 4

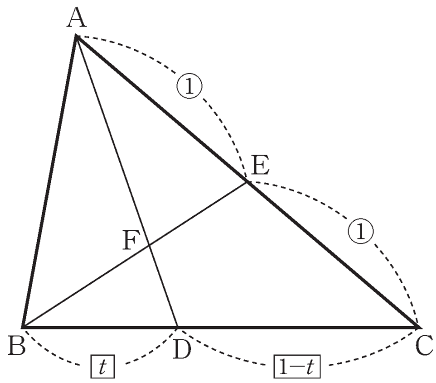
3 **解答** (1) 点Eは辺ACの中点であるから

$$\overrightarrow{BE}=\overrightarrow{AE}-\overrightarrow{AB}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AB}=-\vec{b}+\frac{1}{2}\vec{c} \quad \cdots\cdots(\text{答})$$

また，点Dは辺BCを $t:(1-t)$ に内分する点であるから

$$\overrightarrow{AD}=(1-t)\vec{b}+t\vec{c} \quad \cdots\cdots(\text{答})$$

(2) メネラウスの定理より



$$\frac{CE}{EA}\cdot\frac{AF}{FD}\cdot\frac{DB}{BC}=1,$$

$$\frac{CD}{DB}\cdot\frac{BF}{FE}\cdot\frac{EA}{AC}=1$$

$$\frac{1}{1}\cdot\frac{AF}{FD}\cdot\frac{t}{1}=1,\quad \frac{1-t}{t}\cdot\frac{BF}{FE}\cdot\frac{1}{2}=1$$

$$\frac{AF}{FD}=\frac{1}{t},\quad \frac{BF}{FE}=\frac{2t}{1-t}$$

よって

$$\mathrm{AF}:\mathrm{FD}=1:t,\ \mathrm{BF}:\mathrm{FE}=2t:(1-t)$$

であるから

$$\frac{AF}{AD}=\frac{1}{1+t},\quad \frac{BF}{BE}=\frac{2t}{2t+(1-t)}=\frac{2t}{1+t}\quad\cdots\cdots(答)$$

別解 点 F は線分 AD 上の点であるから

$$\overrightarrow{AF}=k\overrightarrow{AD}\quad (k：実数)$$

と表され，このとき

$$\overrightarrow{AF}=k\{(1-t)\vec{b}+t\vec{c}\}=(k-kt)\vec{b}+kt\vec{c}$$

また，点 F は線分 BE 上の点であるから

$$\overrightarrow{AF}=(1-l)\overrightarrow{AB}+l\overrightarrow{AE}\quad (l：実数)$$

と表され，このとき

$$\overrightarrow{AF}=(1-l)\vec{b}+l\cdot\frac{1}{2}\vec{c}=(1-l)\vec{b}+\frac{l}{2}\vec{c}$$

$\vec{b}\neq\vec{0}$，$\vec{c}\neq\vec{0}$ であり，$\vec{b}$ と $\vec{c}$ は平行でないから

$$k-kt=1-l,\quad kt=\frac{l}{2}$$

$l=2kt$ であるから，l を消去すると

$$k-kt=1-2kt$$

$$(t+1)k=1$$

$t+1>0$ より，$k=\dfrac{1}{t+1}$ であるから

$$\frac{AF}{AD}=\frac{1}{1+t}$$

また

$$l=2kt=\frac{2t}{t+1}$$

であるから

$$\frac{\mathrm{BF}}{\mathrm{BE}}=\frac{2t}{1+t}$$

(3)　AB＝2，AC＝3，$\theta=60^\circ$ であるから

$$|\vec{b}|=2,\ |\vec{c}|=3,\ \vec{b}\cdot\vec{c}=2\cdot3\cdot\cos60^\circ=3$$

(1)より

$$|\overrightarrow{\mathrm{BE}}|^2=|\vec{b}|^2-\vec{b}\cdot\vec{c}+\frac{1}{4}|\vec{c}|^2=4-3+\frac{9}{4}=\frac{13}{4}$$

$|\overrightarrow{\mathrm{BE}}|>0$ であるから

$$|\overrightarrow{\mathrm{BE}}|=\sqrt{\frac{13}{4}}=\frac{\sqrt{13}}{2}\quad\cdots\cdots(\text{答})$$

$\overrightarrow{\mathrm{AD}}$ についても同様に

$$|\overrightarrow{\mathrm{AD}}|^2=(1-t)^2|\vec{b}|^2+2(1-t)t\vec{b}\cdot\vec{c}+t^2|\vec{c}|^2$$
$$=4(t-1)^2-6t(t-1)+9t^2$$
$$=7t^2-2t+4$$

$|\overrightarrow{\mathrm{AD}}|>0$ であるから

$$|\overrightarrow{\mathrm{AD}}|=\sqrt{7t^2-2t+4}\quad\cdots\cdots(\text{答})$$

(4)　(2)，(3)より

$$|\overrightarrow{\mathrm{AF}}|=\frac{1}{1+t}|\overrightarrow{\mathrm{AD}}|=\frac{\sqrt{7t^2-2t+4}}{1+t}=\sqrt{\frac{7t^2-2t+4}{(t+1)^2}}$$

ここで，$f(t)=\dfrac{7t^2-2t+4}{(t+1)^2}=7-\dfrac{16t+3}{(t+1)^2}$ $(0<t<1)$ とおくと

$$f'(t)=-\frac{16(t+1)^2-2(16t+3)(t+1)}{(t+1)^4}$$
$$=\frac{16t-10}{(t+1)^3}$$

よって，$f'(t)=0$ となる t は

$$t=\frac{5}{8}$$

であるから，$f(t)$ の増減表は右のようになる。

t	0	$\cdots$	$\frac{5}{8}$	$\cdots$	1
$f'(t)$		$-$	0	$+$	
$f(t)$		↘	極小	↗	

よって，$|\overrightarrow{\mathrm{AF}}|$ が最小となる t の値は

$$t=\frac{5}{8} \quad \cdots\cdots(\text{答})$$

(5) (2)，(3)より

$$|\overrightarrow{\mathrm{BF}}|=\frac{2t}{1+t}|\overrightarrow{\mathrm{BE}}|=\frac{2t}{1+t}\cdot\frac{\sqrt{13}}{2}=\frac{\sqrt{13}\,t}{1+t}$$

よって，$|\overrightarrow{\mathrm{AF}}|=|\overrightarrow{\mathrm{BF}}|$ となるとき

$$\frac{\sqrt{7t^2-2t+4}}{1+t}=\frac{\sqrt{13}\,t}{1+t}$$

$$\sqrt{7t^2-2t+4}=\sqrt{13}\,t$$

$\sqrt{7t^2-2t+4}>0$，$\sqrt{13}\,t>0$ であるから

$$7t^2-2t+4=13t^2$$

$$3t^2+t-2=0$$

$$(t+1)(3t-2)=0$$

$0<t<1$ であるから，$|\overrightarrow{\mathrm{AF}}|=|\overrightarrow{\mathrm{BF}}|$ となる t の値は

$$t=\frac{2}{3} \quad \cdots\cdots(\text{答})$$