

# 数 学

◀範囲①：数学Ⅰ，Ⅱ，Ⅲ，A，B，C▶

① 解答 (1)ア. 4 イ. 2 ウ. 18

(2)エ. 5 オ.  $\frac{25}{6}$  カ. 8 キ.  $\frac{39}{5}$  ク.  $\frac{468}{25}$

(3)ケ.  $\frac{1}{216}$  コ.  $\frac{1}{27}$  サ.  $\frac{7}{216}$  シ.  $\frac{61}{216}$

② 解答 (1)ス.  $t^2 - 6t + 5$  セ.  $\frac{1}{2} \leq t \leq 8$  ソ. 21

タ.  $-4$  チ.  $\log_2 3$

(2)ツ.  $-58$  テ.  $b_n + \frac{1}{2}$  ト.  $(n-31) \cdot 2^{n-1}$  ナ. 32

(3)ニ. 60 ヌ. 5 ネ. 7 ノ.  $\frac{1}{3}$  ハ.  $\frac{5\sqrt{3}}{3}$

③ 解答 (1)  $f'(x) = 1 - \cos 2x \cdot (2x)' = 1 - 2\cos 2x$   
であるから、 $f'(x) = 0$  とすると

$$\cos 2x = \frac{1}{2}$$

$0 < x < \pi$  のとき、 $0 < 2x < 2\pi$  であるから

$$2x = \frac{\pi}{3}, \frac{5}{3}\pi$$

よって、 $0 < x < \pi$  において、 $f'(x) = 0$  を満たす  $x$  は

$$x = \frac{\pi}{6}, \frac{5}{6}\pi \quad \dots\dots(\text{答})$$

(2)  $f''(x) = 2\sin 2x \cdot (2x)' = 4\sin 2x$

であるから、 $f''(x) = 0$  とすると

$$\sin 2x = 0$$

$0 < x < \pi$  のとき、 $0 < 2x < 2\pi$  であるから

$$2x = \pi$$

よって、 $0 < x < \pi$  において、 $f''(x) = 0$  を満たす  $x$  は

$$x = \frac{\pi}{2} \quad \dots\dots(\text{答})$$

(3) (1), (2)より  $f(x)$  の増減表は以下のようなになる。

$x$	0	...	$\frac{\pi}{6}$	...	$\frac{\pi}{2}$	...	$\frac{5}{6}\pi$	...	$\pi$
$f'(x)$		-	0	+	+	+	0	-	
$f''(x)$		+	+	+	0	-	-	-	
$f(x)$	0	↘	$\frac{\pi}{6} - \frac{\sqrt{3}}{2}$	↗	$\frac{\pi}{2}$	↖	$\frac{5}{6}\pi + \frac{\sqrt{3}}{2}$	↘	$\pi$

よって、 $f(x)$  の極小値と極大値は

$$\text{極小値} : \frac{\pi}{6} - \frac{\sqrt{3}}{2}, \quad \text{極大値} : \frac{5}{6}\pi + \frac{\sqrt{3}}{2} \quad \dots\dots(\text{答})$$

また、曲線  $y = f(x)$  の変曲点の座標は

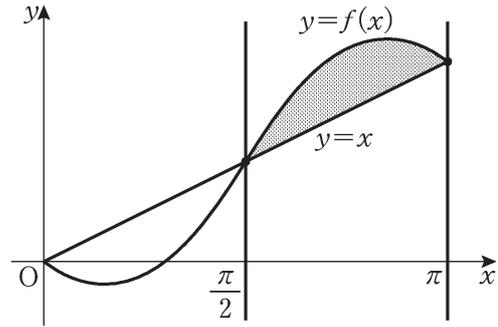
$$\left( \frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \right) \quad \dots\dots(\text{答})$$

(4) 求める面積は

$$\begin{aligned} \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \{(x - \sin 2x) - x\} dx &= \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} (-\sin 2x) dx \\ &= \left[ \frac{1}{2} \cos 2x \right]_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \\ &= \frac{1}{2} - \left( -\frac{1}{2} \right) \\ &= 1 \quad \dots\dots(\text{答}) \end{aligned}$$

(5) 求める体積は

$$\begin{aligned} & \pi \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \{(x - \sin 2x)^2 - x^2\} dx \\ &= \pi \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} (-2x \sin 2x + \sin^2 2x) dx \\ &= \pi \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} x \cdot (\cos 2x)' dx \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} & + \pi \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \frac{1 - \cos 4x}{2} dx \\ &= \pi \left[ x \cos 2x \right]_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} - \pi \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \cos 2x dx + \pi \left[ \frac{1}{2} x - \frac{1}{8} \sin 4x \right]_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \\ &= \pi \left\{ \pi - \left( -\frac{\pi}{2} \right) \right\} - \pi \left[ \frac{1}{2} \sin 2x \right]_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} + \pi \left( \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{4} \right) \\ &= \frac{3}{2} \pi^2 - \pi(0 - 0) + \frac{\pi^2}{4} \\ &= \frac{7}{4} \pi^2 \quad \dots\dots (\text{答}) \end{aligned}$$