

数 学

◀ 範囲①：数学Ⅰ，Ⅱ，Ⅲ，A，B，C ▶

- ① **解答** (1)ア. 0 イ. 4
 (2)ウ. 30 エ. 20
 (3)オ. 1680 カ. 1470 キ. 180
 (4)ク. 4 ケ. -5 コ. x^2 サ. -2 シ. 9

- ② **解答** (1)ス. $\frac{1}{2}t$ セ. $-\frac{1}{8}$
 (2)ソ. $t^2+10t+23$ タ. 0 チ. 2 ツ. 47
 (3)テ. 0.699 ト. $\sqrt{2}$ ナ. $\sqrt[6]{6}$ ニ. $\sqrt[3]{3}$
 (4)ヌ. $2e^2+2$
 (5)ネ. 5 ノ. $\frac{5\sqrt{11}}{22}$

- ③ **解答** (1) 漸化式で $n=1, 2$ とすると

$$z_2 = \frac{1+\sqrt{3}i}{2} \cdot 1 + 1 = \frac{3+\sqrt{3}i}{2},$$

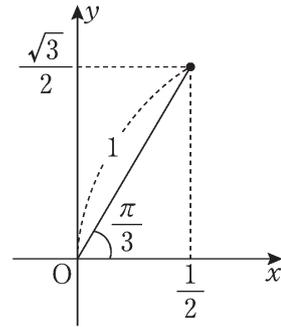
$$z_3 = \frac{1+\sqrt{3}i}{2} \cdot \frac{3+\sqrt{3}i}{2} + 1 = \frac{3+4\sqrt{3}i-3}{4} + 1 = 1 + \sqrt{3}i$$

よって

$$z_2 = \frac{3+\sqrt{3}i}{2}, z_3 = 1 + \sqrt{3}i \dots\dots (\text{答})$$

(2) $\frac{1+\sqrt{3}i}{2}$ を極形式で表すと

$$\frac{1+\sqrt{3}i}{2} = \cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3} \quad \dots\dots (\text{答})$$



(3) $z_{n+1} - \alpha = \frac{1+\sqrt{3}i}{2}(z_n - \alpha)$

を整理すると

$$z_{n+1} = \frac{1+\sqrt{3}i}{2}z_n + \frac{1-\sqrt{3}i}{2}\alpha$$

$$z_{n+1} = \frac{1+\sqrt{3}i}{2}z_n + 1 \text{ と比較すると}$$

$$\frac{1-\sqrt{3}i}{2}\alpha = 1$$

よって

$$\alpha = \frac{2}{1-\sqrt{3}i} = \frac{1+\sqrt{3}i}{2} \quad \dots\dots (\text{答})$$

(4) (3)より

$$z_{n+1} - \frac{1+\sqrt{3}i}{2} = \frac{1+\sqrt{3}i}{2} \left(z_n - \frac{1+\sqrt{3}i}{2} \right)$$

であるから、数列 $\left\{ z_n - \frac{1+\sqrt{3}i}{2} \right\}$ は、公比 $\frac{1+\sqrt{3}i}{2}$ の等比数列である。

また

$$z_1 - \frac{1+\sqrt{3}i}{2} = 1 - \frac{1+\sqrt{3}i}{2} = \frac{1-\sqrt{3}i}{2}$$

であるから

$$z_n - \frac{1+\sqrt{3}i}{2} = \frac{1-\sqrt{3}i}{2} \cdot \left(\frac{1+\sqrt{3}i}{2} \right)^{n-1}$$

$$z_n = \frac{1+\sqrt{3}i}{2} + \frac{1-\sqrt{3}i}{2} \cdot \left(\frac{1+\sqrt{3}i}{2} \right)^{n-1} \quad \dots\dots (\text{答})$$

(5) (4)より

$$z_n - \alpha = \bar{\alpha} \cdot \alpha^{n-1}$$

(2)より、 $|\alpha|=1$ であるから

$$|z_n - \alpha| = |\bar{\alpha} \cdot \alpha^{n-1}| = |\bar{\alpha}| \cdot |\alpha|^{n-1} = |\alpha| \cdot 1^{n-1} = 1$$

よって、複素数平面において、点 z_n は点 a を中心とする半径 1 の円周上にある。

(1)より、3点 z_1, z_2, z_3 は同一直線上にないから、3点 z_1, z_2, z_3 を通る円はただ1つである。

よって、求める円の中心と半径は

$$\text{中心 } \frac{1+\sqrt{3}i}{2}, \text{ 半径 } 1 \quad \dots\dots(\text{答})$$

