数学

1 （必須）

次の各問いに答えよ。

⑴ $\dfrac{\sqrt{(\sqrt{3}-\sqrt{8})^2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$ を簡単にせよ。

⑵ 2 次不等式 $|x^2-4x+2| \geqq 1$ を解け。

⑶ 下の表は 2 つの変量 x，y についてのデータであり，4 個の x，y の値の組として与えられている。このとき，x，y の共分散 S_{xy} を求めよ。

番号	①	②	③	④
x	1	3	5	7
y	1	4	7	2

2 （必須）

次の各問いに答えよ。

⑴ 51から250までの整数のうち，8 で割り切れかつ12でも割り切れる数の個数 m_1 を求めよ。また，51から250までの整数のうち，8 または12で割り切れる数の個数 m_2 を求めよ。

⑵ banana という単語の 6 個の文字全部を使ってできる文字列の総数 n_1 を求めよ。また，banana という単語の 6 個の文字から 4 個を選んで作ることができる 4 文字の文字列の総数 n_2 を求めよ。

⑶ ある競技において，A，B，C の 3 人がトーナメントを行う。当たりくじ 1 本，はずれくじ 2 本からなる 3 本のくじの中から，3 人が同時に 1 本ずつくじを引き，はずれくじを引いた 2 人が 1 回戦を行う。1 回戦で勝った方が当たりくじを引いた人と 2 回戦を行い，2 回戦で勝った方を優勝とする。この競技において，A と B の勝つ確率は次の通りであり，引き分けはないものとする。

・A は，B に対しても C に対しても $\dfrac{2}{3}$ の確率で勝つ

・B は，C に対して $\dfrac{1}{2}$ の確率で勝つ

このトーナメントを 1 回行ったとき，A が優勝する確率 p_1 を求めよ。また，A が優勝したことがわかったとき，A が 1 回戦に出場していた確率 p_2 を求めよ。

数Ⅲ

3 （選択）

x の 2 次関数 $f(x) = ax^2 + bx + c$ のグラフを $C : y = f(x)$ とする。C は点 $(3,\ 6)$ を通り，C の軸は直線 $x = 1$ である。このとき，次の問いに答えよ。ただし，a，b，c は定数とし，$a \neq 0$ とする。

⑴ b，c を a を用いて表せ。

⑵ C と x 軸との共有点の個数を求めよ。

⑶ x の 2 次方程式 $f(x) = 0$ の異なる 2 つの実数解のうち，1 つだけが $-2 < x < 2$ の範囲にあるとき，a の値の範囲を求めよ。

4 （選択）

x の 関数 $f(x)$ は，等式

$$f(x) = 2x^3 + 6x - 6x^2\int_0^1 f(t)dt$$

を満たす。曲線 $y = f(x)$ 上の点 $(0,\ f(0))$ における曲線の接線を ℓ_1，点 $(1,\ f(1))$ における曲線の接線を ℓ_2 とするとき，次の問いに答えよ。

⑴ $f(x)$ を求めよ。また，$f(x) = 0$ を満たす x の値をすべて求めよ。

⑵ ℓ_1 と ℓ_2 の方程式を求めよ。また，ℓ_1 と ℓ_2 の交点の座標を求めよ。

⑶ $0 \leqq x \leqq 1$ において，ℓ_1 と ℓ_2 および曲線 $y = f(x)$ で囲まれた図形の面積 S を求めよ。

5 （選択）

各自然数 $n = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots\cdots$ に対して，x の 2 次方程式

$$x^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^n x - 2n = 0$$

の解を a_n，b_n とする。このとき，次の問いに答えよ。

⑴ $S_n = \sum_{k=1}^{n} (a_k + b_k)$ を求めよ。

⑵ $T_n = \sum_{k=1}^{n} \left\{a_k b_k (a_k + b_k)\right\}$ を求めよ。

⑶ $U_n = \sum_{k=1}^{n} \left(a_k^2 + b_k^2\right)$ とする。

$U_n \geqq 2022 - \dfrac{1}{3}\left(\dfrac{1}{4}\right)^n$ となるような最小の n を求めよ。