物

1 質量，体積，そして密度が未知の小石がある。以下のA，Bの２通りの実験により小石の質量，体積，そして密度を求める。文中の空欄を適切な数式で埋めよ。なお，重力加速度の大きさはg，水の密度はρ，糸は伸び縮みせず，その質量と体積は無視できるものとする。

A．長さ$l+L$（$l<L$）の太さと質量を無視できる丈夫な棒の両端PとQに，体積がVの小石と，質量M_1のおもりが糸を介して取り付けられている。

1．図１－ａのようにOを支点として棒を糸でつるしたところ，棒は水平に静止した。このとき，小石の質量は $\boxed{（1）}$ と書ける。

2．次に，小石を水中に沈めたところ，物体が押しのけた水の重さだけの浮力が加わり，棒は水平を保たなくなった。その浮力の大きさはρ，V，gを用いて $\boxed{（2）}$ となる。そこで質量M_1のおもりを質量M_2に変更したところ，図１－ｂのように棒は水平に静止した。このことから，浮力の大きさはg, l, L, M_1，M_2を用いて $\boxed{（3）}$ と書ける。（2）と（3）の式から小石の体積Vは $\boxed{（4）}$，密度は（1）と（4）の式を用いて $\boxed{（5）}$ と表すことができる。

B．実際には棒の質量を無視できないため，棒の質量mを考慮する。棒の密度が一様であるとし，その両端PとQに，糸を介して体積がVの小石と質量M_3のおもりを取り付ける。

3．図１－ａと同様にOを支点として棒を糸でつるしたところ，棒は水平を保って静止した。このとき，棒の質量がその重心に作用するものとして考えると，棒の重力によるOのまわりのモーメントの大きさは $\boxed{（6）}$ と書ける。また,Qに加わる力によるOのまわりのモーメントの大きさは $\boxed{（7）}$ となる。これらの結果とモーメントのつり合いより，小石の質量は $\boxed{（8）}$ と書ける。

4．次に，図１－ｃのようにおもりをM_4に変更して小石を水に沈めた状態で棒をOを支点にして糸でつるしたところ，水平面から棒が$\theta\left(0<\theta<\frac{\pi}{2}\right)$傾いた状態で静止した。Pに加わる力によるOのまわりのモーメントの大きさはρ，V，g，l，L，m，M_3，θを用いて $\boxed{（9）}$ となる。この状態に対するモーメントのつり合いの式より，小石の体積Vはρ，L，l，M_3，M_4を用いて $\boxed{(10)}$ と書ける。また，小石の密度は（8）と(10)の式を用いて $\boxed{(11)}$ と書ける。

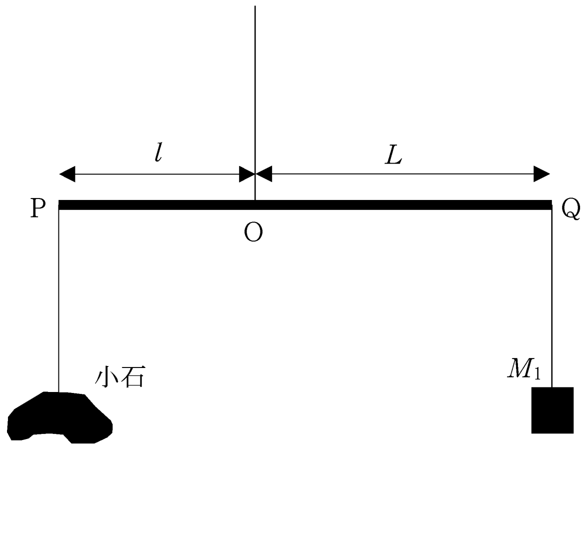

図１－a

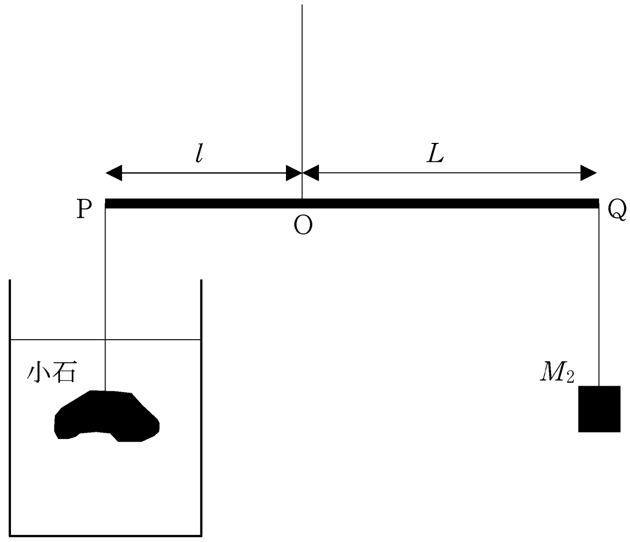

図１－b

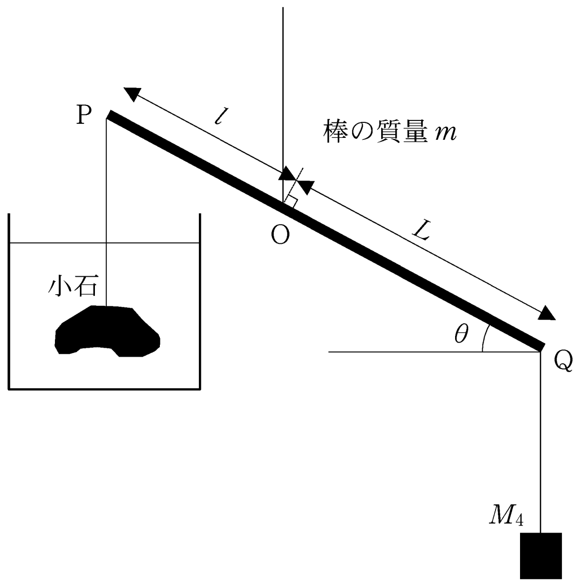

図１－c

物

2　以下の文中の空欄を適切な数式で埋めよ。

1．一端に質量 m の小さなおもり A を取り付けたばね（自然長 l_0，ばね定数 k）がある。図２のようにこのばねの一端が滑らかな水平面上の点 O に取り付けられ，おもり A が矢印の方向に等速円運動している。このときのばねの自然長からの伸びを l，角速度の大きさを ω とすれば，円運動の半径は $\boxed{\text{（1）}}$，おもり A の運動の周期は $\boxed{\text{（2）}}$，速さは $\boxed{\text{（3）}}$ と書ける。このときのばねの自然長からの伸び l は m，l_0，k，ω を用いて $\boxed{\text{（4）}}$ と書ける。

2．図２に示すような，おもり A の x 軸上への正射影 A' の運動について考える。A' の運動は振動数 $\boxed{\text{（5）}}$ の単振動である。O に対応する x 軸上の点を x 軸の原点 O' とし，A が OO' 間の点 P を通過する時刻を $t=0$ とする。時刻 $t=t'$ での A' の位置 x, x 軸方向の速度 v, x 軸方向の加速度 a を l, l_0, ω, t' を用いて表すと $x=\boxed{\text{（6）}}$，$v=\boxed{\text{（7）}}$，$a=\boxed{\text{（8）}}$となる。（6）と（8）から a と x の関係を $\boxed{\text{（9）}}$ と表すことができる。一般に，x 軸上を原点を中心として単振動する質量 m の物体の運動方程式は $ma=-Kx$ で表されるが，この運動における K は（9）から $\boxed{\text{(10)}}$ で表される。

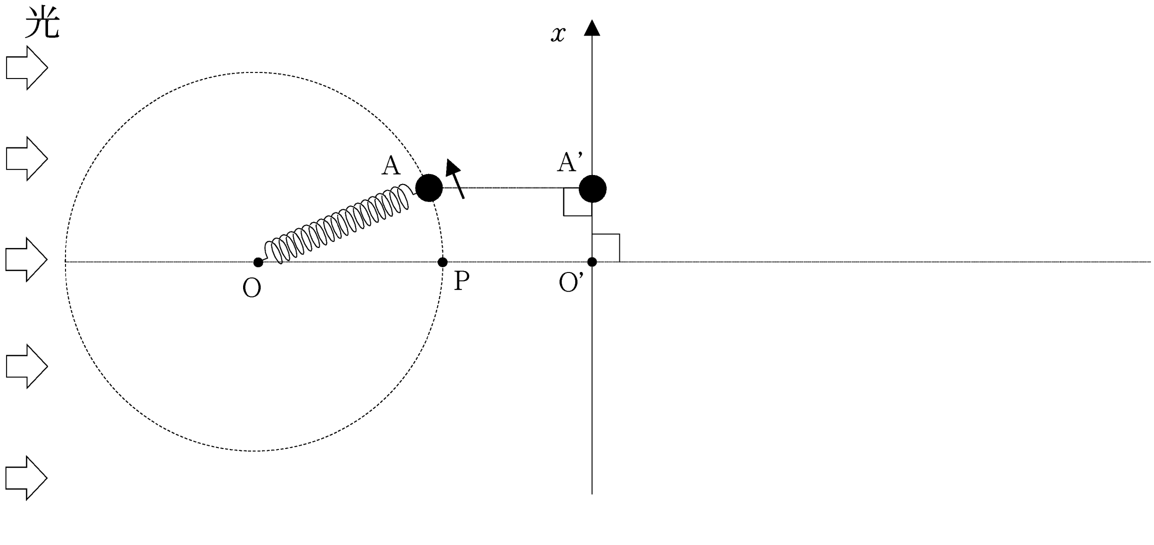

図２