物

1

A．図１－ａのように，水平なあらい床の上に静止した幅 w，高さ h，質量 M の一様な直方体の上端に伸び縮みしない軽いひもを付けて徐々に力を加え，水平方向に張力 T で引く。この図は直方体の側面に平行で重心を通る断面を表す。このとき，直方体が傾くことなくすべり出すための床と直方体間の静止摩擦係数 μ_0 の条件を求めよう。重力加速度の大きさを g とする。

１．直方体が傾かないための条件は以下のように求まる。

（１）　直方体が傾き始める直前の垂直抗力の作用点を図の点Ａ～Ｅから１つ選び記号で答えよ。

（２）　（１）の作用点まわりの力のモーメントのつりあいの式を書け。

（３）　直方体が傾かないための T の条件を表す式を w，h，M，g，T を用いて書け。

２．直方体が傾くことなくすべり出すための条件は以下のように求まる。

（４）　直方体が静止しているとき，直方体が床から受ける静止摩擦力の大きさを F，垂直抗力の大きさを N として，直方体の水平方向と鉛直方向の力のつりあいの式をそれぞれ書け。

（５）　直方体がすべり出す直前の摩擦力の大きさを M，μ_0，g を用いて書け。

（６）　直方体がすべり出すための T の条件を表す式を M，μ_0，g，T を用いて書け。

（７）（３）と（６）の結果より導かれる，直方体が傾くことなくすべり出すための μ_0 の条件を表す式を μ_0，w，h を用いて書け。

B．次に図１－ｂのように，前問の直方体を水平面となす角が $\theta\left(0<\theta<\dfrac{\pi}{2}\right)$ のあらい斜面上に置く。このとき，直方体がすべることなく斜面に対して傾き始めるための斜面と直方体間の静止摩擦係数 μ_1 の条件を求めよう。

（８）　直方体がすべり出さないための μ_1 の条件を表す式を μ_1，θ を用いて書け。

（９）　直方体が傾き始めるための θ の条件を表す式を θ，w，h を用いて書け。

(10)（８）と（９）の結果より導かれる，直方体がすべることなく傾き始めるための μ_1 の条件を表す式を μ_1，w，h を用いて書け。

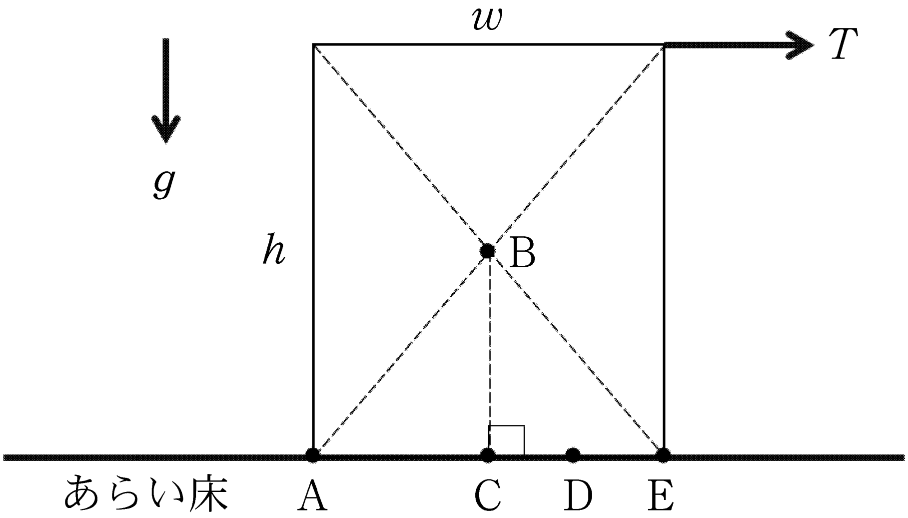

図１－a

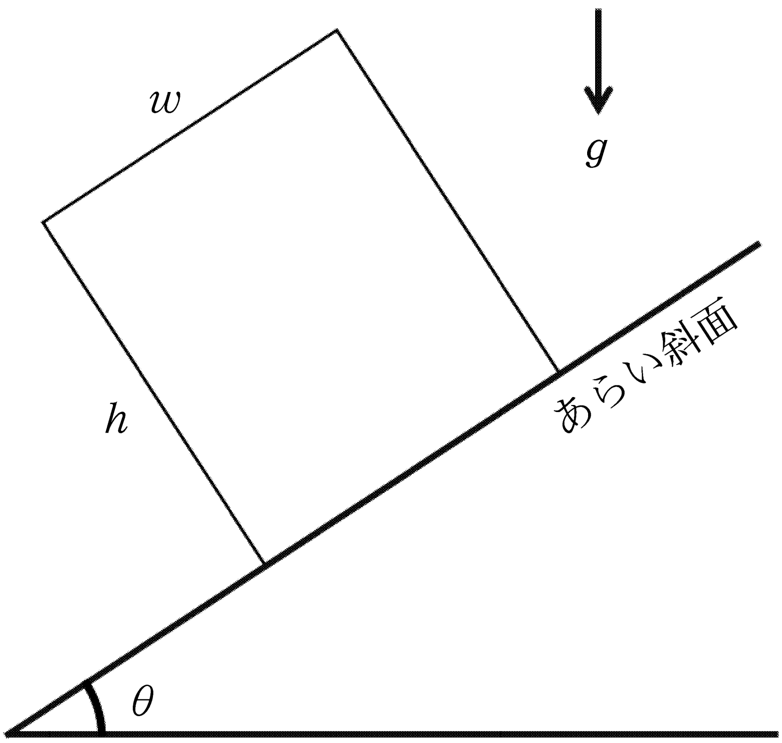

図１－b

物

2　以下の文中の空欄に適切な数式または語句を記入し，選択肢がある場合は記号で答えよ。ただし，角度は弧度法で表すものとする。

1．図２－ａに示すように，屈折率 n_1 の媒質１から屈折率 n_2 の媒質２へ光が角度 θ_1 で入射している。２つの媒質の境界面に光が達すると，一部は屈折して媒質２の中を進み，残りは反射角 θ_3 で反射して媒質１の中を進む。このとき，入射角 θ_1 と反射角 θ_3 の間には $\boxed{\ （1）\ }$ という関係式が成り立つ。一方，媒質２側への屈折角を θ_2 とすると，入射角と屈折角の間には n_1，n_2，θ_1，θ_2 を用いて $\boxed{\ （2）\ }$ という関係式が成り立つ。これを屈折の法則と呼ぶ。特に，各媒質の屈折率が｛（３）　イ．$n_1 > n_2$，ロ．$n_1 = n_2$，ハ．$n_1 < n_2$｝という関係を満たし，入射角 θ_1 がある角度 θ_C より大きくなると，境界面で光がすべて反射される $\boxed{\ （4）\ }$ という現象が起こる。この入射角 θ_C を $\boxed{\ （5）\ }$ といい，このときの屈折角 θ_2 は $\left\{（6）\ \ イ．0，ロ．\dfrac{\pi}{4}，ハ．\dfrac{\pi}{2}\right\}$ となる。

2．図２－ｂに示すように，半径 a，屈折率 $n\,(>1)$ の物質でできた球をその中心を含む面で切断し，得られた半球を屈折率１である空気中に置いた。このとき，球の中心Ｏを通り切断面に垂直な軸を光軸と呼び，この光軸に平行に単色光の光線を入射する。光線と光軸の距離は r で，半球内を直進した光線は曲面上の点Ｐに角度 θ_1 で入射する。点Ｐにおける屈折角を θ_2 とすると，$\sin\theta_2$ は r，n，a を用いて $\boxed{\ （7）\ }$ と表される。この屈折した光線が光軸と交わる点をＱとし，この光線と光軸のなす角を θ_3 とすると，$\theta_3 = \theta_2 - \theta_1$ の関係が成り立つ。

光軸からの距離 r が球の半径 a に比べて充分に小さいとき，$\sin\theta_1$ は充分に小さいため，$\sin\theta_1 \fallingdotseq \theta_1$ の近似が成り立つ。さらに，半球の屈折率 n が１よりわずかに大きいとすると，屈折の法則から $\sin\theta_2$ は充分に小さいことがわかるため，θ_2 についても $\sin\theta_2 \fallingdotseq \theta_2$ の近似が成り立つ。これらの近似を使うと，角度 θ_3 は r，n，a を用いて $\boxed{\ （8）\ }$ と表すことができる。

次に，点Ｐから光軸におろした垂線の足を点Ｒとし，OQの長さ L を $\mathrm{OQ} = \mathrm{OR} + \mathrm{RQ}$ と考えることで求める。上記と同様に，$\sin\theta_1 \fallingdotseq \theta_1$，$\cos\theta_1 \fallingdotseq 1$，$\sin\theta_2 \fallingdotseq \theta_2$ の近似が使用でき，$\theta_3 = \theta_2 - \theta_1$ の関係から θ_3 も充分に小さいので，$\tan\theta_3 \fallingdotseq \theta_3$ の近似が成り立つ。$\triangle\mathrm{QPR}$ と $\triangle\mathrm{OPR}$ に注目し，これらの近似を使うことで，長さ L は n，a を用いて $\boxed{\ （9）\ }$ と表される。この結果から長さ L が距離 r に依存しないため，光軸の近くを通るすべての光線は一点に集まり，半球が点Ｑを焦点とするレンズとしてはたらくことがわかる。

光軸からの距離 r をさらに大きくしていくと，上記の近似は使えなくなるため，式（９）が成り立たなくなり，長さ L は距離 r に依存するようになる。距離 r がある距離 r_C を超えると，点Ｐにおいて光はすべて反射される。この距離 r_C は n と a を用いて $\boxed{\ （10）\ }$ と表される。

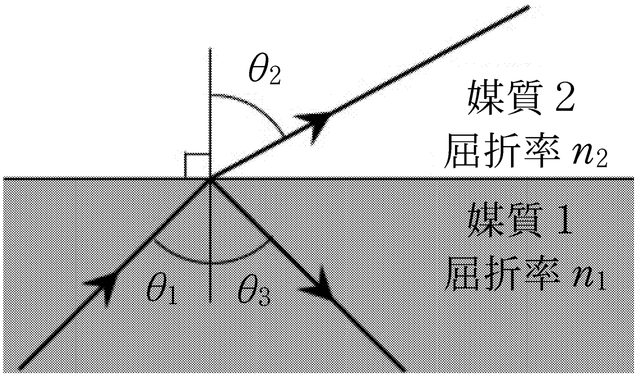
θ_2
媒質 2
屈折率 n_2
媒質 1
屈折率 n_1
θ_1
θ_3

図２－ａ

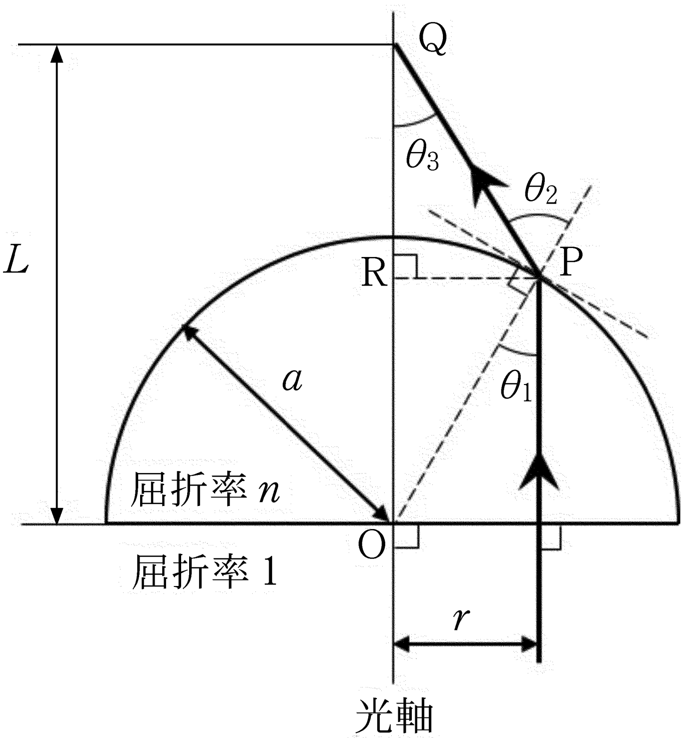
Q
θ_3
θ_2
L
R
P
a
θ_1
屈折率 n
O
屈折率 1
r
光軸

図２－ｂ