

数 学 (2)

(解答番号 ~)

解答上の注意：以下の説明をよく読んでから解答してください。

- 1 問題の文中の空欄 には、数字 (0~9) が入ります。なお、 のように2つ以上の空欄が続くところは次のような意味を表します。例えば、 は3桁^{けた}以下の整数値を表します。この場合、答えが2桁以下の値であれば、不要な上位の空欄 については解答欄に①をマークしてください。

例 3つ続いた空欄 のところが42になる場合は、左から順番に①, ④, ②と解答欄にマークしてください。

- 2 分数の形で解答する場合は、既約分数(それ以上約分できない分数)で答えてください。ただし、数字を入れる空欄が分数の形となっている場合でも、解答の値は必ずしも分数であるとは限りません(整数となる場合もあります)。この場合は、分母の値が1になるように答えてください。
- 3 根号を含む形で解答する場合は、根号の中が最小の正の整数となるように答えてください。

※ この問題つづりに計算用紙をはさみこんでいますので利用してください。

I 解答番号 ~

次の記述の空欄 にあてはまる数字を答えよ。

(30点)

数列 $\{a_n\}$ が $a_1 = a_2 = 1$, $a_{n+2} = a_{n+1} + \frac{3}{4}a_n$ をみたす。

このとき,

(1) $a_3 = \frac{\text{}}{\text{}}$ である。

(2) $a_{n+2} + \frac{1}{2}a_{n+1} = \frac{\text{}}{\text{}} \left(a_{n+1} + \frac{1}{2}a_n \right)$

$$a_{n+2} - \frac{3}{2}a_{n+1} = -\frac{\text{}}{\text{}} \left(a_{n+1} - \frac{3}{2}a_n \right)$$

より,

$$a_{n+1} + \frac{1}{2}a_n = \frac{\text{}}{\text{}} \left(\frac{\text{}}{\text{}} \right)^{n-1}$$

$$a_n = \frac{\text{}}{\text{}} \left(\frac{\text{}}{\text{}} \right)^{n-1} + \frac{\text{}}{\text{}} \left(-\frac{\text{}}{\text{}} \right)^{n-1}$$

である。

(3) $\sum_{k=1}^n a_k = \frac{\text{}}{\text{}} \left(\frac{\text{}}{\text{}} \right)^n - \frac{\text{}}{\text{}} \left(-\frac{\text{}}{\text{}} \right)^n - \frac{\text{}}{\text{}}$

である。

II 解答番号 ~

次の記述の空欄 にあてはまる数字を答えよ。 (30点)

座標平面上に、2つの円

$$x^2 + y^2 - 10x - 4y + 13 = 0 \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$

$$x^2 + y^2 + 2x + 6y - 26 = 0 \quad \cdots \cdots \textcircled{2}$$

がある。

(1) 円①の中心は $(\text{23}, \text{24})$ 、半径は 25 である。

(2) 2つの円①、②の交点 A、B を通る円または直線 (ただし、円①を除く) は、 k を定数とすると、

$$k(x^2 + y^2 - 10x - 4y + 13) + (x^2 + y^2 + 2x + 6y - 26) = \text{26} \quad \cdots \cdots \textcircled{3}$$

で表せる。

(3) (2)の③が原点 O を通るとき、 $k = \text{27}$ であるから、

円①、②の交点 A、B と、O を通る円の中心は $(\text{28}, \frac{\text{29}}{\text{30}})$ 、

半径は $\frac{\sqrt{\text{31} \text{32}}}{\text{33}}$ である。

(4) (2)の③が直線となるとき、 $k = -\text{34}$ であるから、

この直線と O の距離は $\frac{\text{35} \text{36} \sqrt{\text{37} \text{38}}}{\text{39} \text{40} \text{41}}$ である。

Ⅲ 解答番号 ~

次の記述の空欄 にあてはまる数字を答えよ。 (40点)

四面体OABCにおいて、辺OAの中点をP、辺ABを2 : 1に内分する点をQ、辺OCを1 : 3に内分する点をRとする。3点P、Q、Rを通る平面が、辺BCと交わる点をSとする。 $\vec{a} = \vec{OA}$ 、 $\vec{b} = \vec{OB}$ 、 $\vec{c} = \vec{OC}$ とする。

このとき、

$$(1) \vec{PR} = -\frac{\boxed{42}}{\boxed{43}}\vec{a} + \frac{\boxed{44}}{\boxed{45}}\vec{c}$$

$$\vec{PQ} = -\frac{\boxed{46}}{\boxed{47}}\vec{a} + \frac{\boxed{48}}{\boxed{49}}\vec{b}$$

である。

$$(2) \vec{OS} = (1-p)\vec{b} + p\vec{c} \quad (p \text{ は実数とする})$$

とおくと、

$$\vec{PS} = -\frac{\boxed{50}}{\boxed{51}}\vec{a} + (1-p)\vec{b} + p\vec{c}$$

である。

$$(3) \vec{PS} = s\vec{PQ} + t\vec{PR} \quad (s, t \text{ は実数とする})$$

とおくと、

$$\vec{PS} = \left(-\frac{\boxed{52}}{\boxed{53}}s - \frac{\boxed{54}}{\boxed{55}}t \right)\vec{a} + \frac{\boxed{56}}{\boxed{57}}s\vec{b} + \frac{\boxed{58}}{\boxed{59}}t\vec{c}$$

である。

$$(4) S \text{ は、辺 BC を } 1 : \boxed{60} \text{ に内分する点である。}$$