

数 学 (2)

(解答番号 ~)

解答上の注意：以下の説明をよく読んでから解答してください。

- 1 問題の文中の空欄 には、数字 (0~9) が入ります。なお、 のように2つ以上の空欄が続くところは次のような意味を表します。例えば、 は3桁^{けた}以下の整数値を表します。この場合、答えが2桁以下の値であれば、不要な上位の空欄 については解答欄に①をマークしてください。

例 3つ続いた空欄 のところが42になる場合は、左から順番に①, ④, ②と解答欄にマークしてください。

- 2 問題の文中の2重線で表された空欄 には、数字以外の記号などが入ります。文中の指示にしたがって、当てはまる記号などに対応する番号をマークしてください。
- 3 分数の形で解答する場合は、既約分数(それ以上約分できない分数)で答えてください。ただし、数字を入れる空欄が分数の形となっている場合でも、解答の値は必ずしも分数であるとは限りません(整数となる場合もあります)。この場合は、分母の値が1になるように答えてください。
- 4 根号を含む形で解答する場合は、根号の中が最小の正の整数となるように答えてください。

※ この問題つづりに計算用紙をはさみこんでいますので利用してください。

I 解答番号 ~

次の記述の空欄 にあてはまる数字を答えよ。 (30点)

(1) 正十二角形 ABCDEFGHIJKL の頂点のうち、異なる 3 点を結んでつくることのできる三角形は 個ある。このうち、正十二角形と 1 辺のみを共有する三角形は 個、2 辺を共有する三角形は 個、直角三角形は 個ある。

(2) 正十二角形 ABCDEFGHIJKL の頂点のうち異なる 3 点を選んだとき、3 点を結んだ三角形が正十二角形と辺を共有しない確率は $\frac{\begin{matrix} \text{10} & \text{11} \\ \text{12} & \text{13} \end{matrix}}{\begin{matrix} \text{12} & \text{13} \end{matrix}}$ である。ただし、どの 3 点を選ぶ場合も同様に確からしいとする。

(3) 正十二角形 ABCDEFGHIJKL の頂点のうち異なる 4 点を選んだとき、4 点を結んだ四角形が長方形 (正方形を含む) になる確率は $\frac{\begin{matrix} \text{14} \\ \text{15} & \text{16} \end{matrix}}{\begin{matrix} \text{15} & \text{16} \end{matrix}}$ である。ただし、どの 4 点を選ぶ場合も同様に確からしいとする。

II 解答番号 ~

次の記述の空欄 にあてはまる数字を答えよ。

また、空欄 には+または-が入る。+の場合は①を、-の場合は②を選べ。 (30点)

$y = (\log_3 x)^2 + \log_3 \frac{1}{x^2} - \log_3 27$ の $\frac{1}{3} \leq x \leq 81$ における最大値と最小値を求めよ。

(1) $\log_3 x = t$ とおくと、

$$y = t^2 \text{ } t \text{ }$$

であり、 t のとりうる範囲は

$$\text{ } \leq t \leq \text{ }$$

である。

y は $t = \text{ }$ のとき最大値 , $t = \text{ }$ のとき最小値 をとる。

(2) y は $x = \text{ }$ のとき最大値 , $x = \text{}$ のとき最小値 をとる。

Ⅲ 解答番号 ~

次の記述の空欄 にあてはまる数字を答えよ。

また、空欄 には+または-が入る。+の場合は①を、-の場合は②を選べ。(40点)

原点を O とする座標空間に、2点 $A(2, 0, -1)$, $B(4, 0, 1)$ を通る直線 l , 2点 $C(0, 2, -8)$, $D(1, 4, -6)$ を通る直線 m がある。点 P は l 上、点 Q は m 上にある。このとき、

(1) $\overrightarrow{AB} = (\text{}, \text{}, \text{})$

$\overrightarrow{CD} = (\text{}, \text{}, \text{})$

である。

(2) 実数 t, u を用いて、 $\overrightarrow{OP}, \overrightarrow{PQ}$ は

$\overrightarrow{OP} = (\text{}t + 2, \text{}t, \text{}t - \text{})$

$\overrightarrow{PQ} = (\text{}t + \text{}u - 2, \text{}t + \text{}u + 2, \text{}t + \text{}u - \text{})$

とおける。

(3) l, m の両方に垂直なベクトルを $\vec{p} = (a, b, c)$ とおくと

$\overrightarrow{AB} \perp \vec{p}$ であるから、

$2a + \text{}c = 0$

$\overrightarrow{CD} \perp \vec{p}$ であるから、

$a + \text{}b + \text{}c = 0$

0でない実数 k を用いて $b = k$ とおくと、

$a = \text{} \text{}k, c = \text{} \text{}k$

である。

(4) \overrightarrow{PQ} が l, m の両方に垂直であるとき, (2)の t, u を求めると

$$t = \boxed{51} \frac{\boxed{52}}{\boxed{53}}, \quad u = \boxed{54} \frac{\boxed{55}}{\boxed{56}}$$

である。