数　　学 (2)

（解答番号 1 ～ 59 ）

解答上の注意：以下の説明をよく読んでから解答してください。

1　問題の文中の空欄 $\boxed{}$ には，数字（0～9）が入ります。なお，$\boxed{}\boxed{}$ のように２つ以上の空欄が続くところは次のような意味を表します。例えば，$\boxed{}\boxed{}\boxed{}$ は３桁（けた）以下の整数値を表します。この場合，答えが２桁以下の値であれば，不要な上位の空欄 $\boxed{}$ については解答欄に⓪をマークしてください。

例　３つ続いた空欄 $\boxed{}\boxed{}\boxed{}$ のところが42になる場合は，左から順番に⓪，④，②と解答欄にマークしてください。

2　問題の文中の２重線で表された空欄 $\boxed{\boxed{}}$ には，数字以外の記号などが入ります。文中の指示にしたがって，当てはまる記号などに対応する番号をマークしてください。

3　分数の形で解答する場合は，既約分数(それ以上約分できない分数)で答えてください。ただし，数字を入れる空欄が分数の形となっている場合でも，解答の値は必ずしも分数であるとは限りません(整数となる場合もあります)。この場合は，分母の値が１になるように答えてください。

4　根号を含む形で解答する場合は，根号の中が最小の正の整数となるように答えてください。

※　この問題つづりに計算用紙をはさみこんでいますので利用してください。

Ⅰ　**解答番号** $\boxed{1}$ ～ $\boxed{21}$

次の記述の空欄 $\boxed{}$ にあてはまる数字を答えよ。

また，空欄 $\boxed{\boxed{}}$ は，解答群の中から最も適当な番号を１つずつ選べ。

（30点）

数列 $\{a_n\}$，$\{b_n\}$ が

$$a_1 = 1,\quad a_{n+1} = a_n + \frac{2}{n(n+1)}$$

$$b_1 = 1,\quad nb_{n+1} = (n+1)b_n + 2$$

をみたす。このとき，

(1)　$a_2 = \boxed{1}$，$b_2 = \boxed{2}$ である。

(2)　$n \geqq 2$ のとき，

$$a_n = a_1 \boxed{\boxed{3}} \frac{2}{k(k+1)}$$

である。

(3)　$$\frac{2}{n(n+1)} = \boxed{\boxed{4}} \frac{\boxed{5}}{n} \boxed{\boxed{6}} \frac{\boxed{7}}{n+1}$$

であるから，

$$a_n = \boxed{\boxed{8}} \boxed{9} \boxed{\boxed{10}} \frac{\boxed{11}}{n}$$

である。

(4)　$b_n = \boxed{\boxed{12}} \boxed{13}\, n \boxed{\boxed{14}} \boxed{15}$

である。

(5)　$$\sum_{k=1}^{n} b_k = \boxed{\boxed{16}} \frac{\boxed{17}}{\boxed{18}} n^2 \boxed{\boxed{19}} \frac{\boxed{20}}{\boxed{21}} n$$

である。

$\boxed{3}$ の解答群

① $+\sum_{k=1}^{n-1}$　② $-\sum_{k=1}^{n-1}$　③ $+\sum_{k=1}^{n}$　④ $-\sum_{k=1}^{n}$

⑤ $+\sum_{k=1}^{n+1}$　⑥ $-\sum_{k=1}^{n+1}$

$\boxed{4}$, $\boxed{6}$, $\boxed{8}$, $\boxed{10}$, $\boxed{12}$, $\boxed{14}$, $\boxed{16}$, $\boxed{19}$
の解答群

① $+$　② $-$

$\boxed{\text{II}}$ **解答番号** $\boxed{22}$ 〜 $\boxed{41}$

次の記述の空欄 $\boxed{}$ にあてはまる数字を答えよ。

また，空欄 $\boxed{\boxed{}}$ には＋または－が入る。＋の場合は①を，－の場合は②を選べ。 （30点）

$f(x) = x^3 - 16x$

とし，座標平面上の曲線

$y = |f(x)|$ …… ①

$y = f(x)$ …… ②

について考える。このとき，

⑴ 曲線①と x 軸は共有点を $\boxed{22}$ 個もつ。このうち x 座標が最も小さい点は $\left(-\boxed{23},\ 0\right)$ である。

⑵ 曲線①上の点 $(2,\ |f(2)|)$ における接線の方程式は

$y = \boxed{24}\,x + \boxed{25}\,\boxed{26}$ …… ③

である。

⑶ 曲線②と，⑵で求めた直線③は共有点を $\boxed{27}$ 個もつ。このうち x 座標が最も小さい点は $\left(\boxed{\boxed{28}}\,\boxed{29},\ \boxed{30}\right)$，2番目に小さい点は

$\left(\boxed{31}\,\boxed{\boxed{32}}\,\boxed{33}\sqrt{\boxed{34}},\ f\left(\boxed{31}\,\boxed{\boxed{32}}\,\boxed{33}\sqrt{\boxed{34}}\right)\right)$

である。

⑷ $\boxed{\boxed{28}}\,\boxed{29} \leqq x \leqq \boxed{31}\,\boxed{\boxed{32}}\,\boxed{33}\sqrt{\boxed{34}}$ において，曲線①と⑵で求めた直線③で囲まれた図形の面積を S とすると

$S = \boxed{\boxed{35}}\,\boxed{36}\,\boxed{37}\,\boxed{\boxed{38}}\,\boxed{39}\,\boxed{40}\sqrt{\boxed{41}}$

である。

Ⅲ **解答番号** $\boxed{42}$ ～ $\boxed{59}$

次の記述の空欄 $\boxed{}$ にあてはまる数字を答えよ。　(40点)

座標空間内に 4 点 O(0, 0, 0), A(2, 0, 0), $B\left(a,\ b,\ \dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)$, $C\left(1,\ \dfrac{1}{2},\ 0\right)$ があり，OB＝1, ∠OBA＝90° である。ただし，$a>0$, $b>0$ とする。

このとき，

(1) $\overrightarrow{AB}=\left(a-\boxed{42},\ b,\ \dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)$, $\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{BO}=\boxed{43}$ であるから，

$a=\dfrac{\boxed{44}}{\boxed{45}}$, $b=\dfrac{\boxed{46}}{\boxed{47}}$ である。

(2) C から平面 OAB に垂線 CH を下ろすとき，点 H は平面 OAB 上の点であるから，$\overrightarrow{OH}=s\overrightarrow{OA}+t\overrightarrow{OB}$ をみたす実数 s, t をもちいて，

$$\overrightarrow{CH}=\left(2s+at-\boxed{48},\ bt-\dfrac{\boxed{49}}{\boxed{50}},\ \dfrac{\sqrt{2}}{2}t\right)$$

と表せる。

$\overrightarrow{CH}\cdot\overrightarrow{OA}=\overrightarrow{CH}\cdot\overrightarrow{OB}=\boxed{51}$ であるから，

$s=\dfrac{\boxed{52}}{\boxed{53}\,\boxed{54}}$, $t=\dfrac{\boxed{55}}{\boxed{56}}$ である。

(3) 三角形 OAB の外接円を底面とし，C を頂点とする円錐の体積を V とおくと，

$V=\dfrac{\sqrt{\boxed{57}}}{\boxed{58}\,\boxed{59}}\pi$ である。