数　学

（解答番号　$\boxed{1}$ ～ $\boxed{70}$ ）

解答上の注意

1. 問題の文中の $\boxed{1}$ ， $\boxed{2}$ ， $\boxed{3}$ などには，選択肢で示された数字（０～９）または解答群の一つが入ります。 $\boxed{1}$ ， $\boxed{2}$ ， $\boxed{3}$ ……にあてはまる数字，記号，解答群の番号を，解答番号に対応した解答欄にマークして答えなさい。
2. 分数形で解答する場合は，既約分数(それ以上約分できない分数)で答えなさい。例えば，$\dfrac{3}{4}$ と答えるところを，$\dfrac{6}{8}$ と答えてはいけません。
3. 根号を含む形で解答する場合は，根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えなさい。例えば，$4\sqrt{2}$，$\dfrac{\sqrt{13}}{2}$，$\dfrac{3+2\sqrt{2}}{2}$ と答えるところを，$2\sqrt{8}$，$\dfrac{\sqrt{52}}{4}$，$\dfrac{6+4\sqrt{2}}{4}$ のように答えてはいけません。

〔Ⅰ〕　2次関数 $f(x)=x^2+2mx+4m-2$（m は定数)がある。次の文章の空欄にあてはまるものを選択肢の中から選びなさい。ただし，同じものを繰り返し選んでもよい。解答番号は $\boxed{1}$ ～ $\boxed{12}$ 。(20点)

(1)　$f(x)$が $x=1$ で最小となるときの m の値は，$m=-\boxed{1}$ で，そのときの最小値は，$f(1)=-\boxed{2}$ である。

(2)　$y=f(x)$ のグラフは m の値によらず，点 $\left(-\boxed{3},\ \boxed{4}\right)$ を通る。

(3)　$y=f(x)$ のグラフの頂点は，$y=-x^2-\boxed{5}x-\boxed{6}$ 上にある。

(4)　$y=f(x)$ のグラフが x 軸と交わらないとき，m のとりうる値の範囲は，$\boxed{7}-\sqrt{\boxed{8}}<m<\boxed{9}+\sqrt{\boxed{10}}$ である。

(5)　方程式 $f(x) = 0$ が正と負の異なる2つの解をもつとき，

m のとりうる値の範囲は，$m < \dfrac{\boxed{11}}{\boxed{12}}$ である。

選択肢

①	1	②	2	③	3	④	4	⑤	5
⑥	6	⑦	7	⑧	8	⑨	9	⑩	0

〔Ⅱ〕　AB = 4，AC = 5，$\cos\angle BAC = \dfrac{1}{8}$ の△ABC がある。次の文章の空欄にあてはまるものを選択肢の中から選びなさい。ただし，同じものを繰り返し選んでもよい。解答番号は $\boxed{13}$ ～ $\boxed{31}$ 。(20点)

(1)　$BC = \boxed{13}$ である。

また，$\sin\angle BAC = \dfrac{\boxed{14}\sqrt{\boxed{15}}}{\boxed{16}}$ であるから，

△ABC の外接円の半径は，$\dfrac{\boxed{17}\sqrt{\boxed{18}}}{\boxed{19}}$ である。

(2)　辺 AB 上に点 D を，△BCD の外接円の半径が△ABC の外接円の半径に等しくなるようにとる。

$\sin\angle ABC = \dfrac{\boxed{20}\sqrt{\boxed{21}}}{\boxed{22}\,\boxed{23}}$ であるから，$CD = \boxed{24}$ である。

また，$AD = \dfrac{\boxed{25}}{\boxed{26}}$ であるから，△ADC の面積は，$\dfrac{\boxed{27}\,\boxed{28}\sqrt{\boxed{29}}}{\boxed{30}\,\boxed{31}}$

である。

選択肢

① 1	② 2	③ 3	④ 4	⑤ 5
⑥ 6	⑦ 7	⑧ 8	⑨ 9	⑩ 0

〔Ⅲ〕　座標平面上に２点 A$(-2,\ 8)$，B$(4,\ 6)$と
円 $K : x^2 + y^2 + 4x - 6y + 8 = 0$ があり，円 K の中心を C とする。次の文章の空欄にあてはまるものを選択肢の中から選びなさい。ただし，同じものを繰り返し選んでもよい。解答番号は $\boxed{32}$ ～ $\boxed{43}$ 。(20点)

C の座標は $\left(-\boxed{32},\ \boxed{33}\right)$，円 K の半径は $\sqrt{\boxed{34}}$ である。

点 A を通り直線 AB に垂直な直線を ℓ とする。

ℓ の方程式は $y = \boxed{35}\,x + \boxed{36}\boxed{37}$ である。

また，円 K と直線 ℓ の交点を D，E とすると，DE の長さは $\sqrt{\boxed{38}\boxed{39}}$

である。

次に，円 K 上に点 P をとり，△PDE をつくる。

△PDE の面積の最大値は，$\dfrac{\boxed{40} + \boxed{41}\sqrt{\boxed{42}}}{\boxed{43}}$ である。

選択肢

① 1	② 2	③ 3	④ 4	⑤ 5
⑥ 6	⑦ 7	⑧ 8	⑨ 9	⑩ 0

数　学

〔Ⅳ〕　x の３次式 $P(x) = x^3 + (p-1)x^2 + px + q$ があり，$P(1) = 0$ を満たす。ただし，p，q は実数の定数である。次の文章の空欄にあてはまるものを選択肢の中から選びなさい。ただし，同じものを繰り返し選んでもよい。解答番号は $\boxed{44}$ 〜 $\boxed{51}$ 。(20点)

q を p で表すと $q = -\boxed{44}\,p$ であるから，$P(x)$を因数分解すると，

$P(x) = \left(x - \boxed{45}\right)\left(x^2 + px + \boxed{46}\,p\right)$ である。

３次方程式 $P(x) = 0$ が虚数解をもつときを考える。

このとき，p のとりうる値の範囲は，$\boxed{47} < p < \boxed{48}$ である。

また，この２つの虚数解を α，β とする。

$\alpha^2 = 2\beta$ が成り立つとき，$p = \boxed{49}$ である。

さらにこのとき，$\alpha^3 + \alpha^2 + \beta^3 + \beta^2 = \boxed{50}\,\boxed{51}$ である。

選択肢

① 1	② 2	③ 3	④ 4	⑤ 5
⑥ 6	⑦ 7	⑧ 8	⑨ 9	⑩ 0

〔V〕　座標平面上に点 A $\left(0,\ \dfrac{3}{2}\right)$ をとり，関数 $y = \log_2 x$ のグラフ上に点 P $\left(\dfrac{p}{\sqrt{2}},\ \log_2 \dfrac{p}{\sqrt{2}}\right)$ と，点 Q $\left(\dfrac{q}{\sqrt{2}},\ \log_2 \dfrac{q}{\sqrt{2}}\right)$ をとる。線分 AP を 1 : 2 に内分する点が点 Q であるとき，定数 p と q の値を求めよう。次の文章の空欄にあてはまるものを選択肢の中から選びなさい。ただし，同じものを繰り返し選んでもよい。解答番号は $\boxed{52}$ ～ $\boxed{70}$ 。(20点)

線分 AP を 1 : 2 に内分する点の座標は，

$$\left(\frac{\sqrt{\boxed{52}}}{\boxed{53}}p,\quad \frac{1}{\boxed{54}}\log_2\frac{\sqrt{\boxed{55}}}{\boxed{56}}p + \boxed{57}\right)$$

と表され，これが点 Q の座標と一致するので，

$$\frac{\sqrt{\boxed{52}}}{\boxed{53}}p = \frac{q}{\sqrt{2}} \cdots\cdots ①$$

$$\frac{1}{\boxed{54}}\log_2\frac{\sqrt{\boxed{55}}}{\boxed{56}}p + \boxed{57} = \log_2\frac{q}{\sqrt{2}} \cdots\cdots ②$$

①より，$p = \boxed{58}\,q$

②より，$p = \dfrac{1}{\boxed{59}\boxed{60}}q^{\boxed{61}}$ と変形できるので，

$p > 0$，$q > 0$ に注意して，$p = \boxed{62}\boxed{63}\sqrt{\boxed{64}}$，$q = \boxed{65}\sqrt{\boxed{66}}$ である。

また，このとき点 Q の y 座標は，$\log_2 \boxed{67}\sqrt{\boxed{68}}$ となるので，点 Q の y 座標の値を小数第 2 位を四捨五入して小数第 1 位まで求めると $\boxed{69}.\boxed{70}$ である。

ただし，$\log_{10} 2 = 0.3010$，$\log_{10} 3 = 0.4771$ とする。

選択肢

① 1	② 2	③ 3	④ 4	⑤ 5
⑥ 6	⑦ 7	⑧ 8	⑨ 9	⑩ 0