

数 学

(解答番号 ~)

解答上の注意

1. 問題の文中の , , などには、選択肢で示された数字 (0~9) または解答群の一つが入ります。 , , ……にあてはまる数字、記号、解答群の番号を、解答番号に対応した解答欄にマークして答えなさい。
2. 分数形で解答する場合は、既約分数(それ以上約分できない分数)で答えなさい。例えば、 $\frac{3}{4}$ と答えるところを、 $\frac{6}{8}$ と答えてはいけません。
3. 根号を含む形で解答する場合は、根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えなさい。例えば、 $4\sqrt{2}$, $\frac{\sqrt{13}}{2}$, $\frac{3+2\sqrt{2}}{2}$ と答えるところを、 $2\sqrt{8}$, $\frac{\sqrt{52}}{4}$, $\frac{6+4\sqrt{2}}{4}$ のように答えてはいけません。

〔 I 〕 a は実数とし、 $A = \sqrt{16a^2 - 24a + 9} + |a + 2|$ とする。次の文章の空欄に当てはまるものを選択肢の中から選びなさい。ただし、同じものを繰り返し選んでもよい。解答番号は ~ 。(15点)

- (1) $a > \frac{3}{4}$ のとき、 $A =$ $a -$ である。
- (2) $-2 \leq a \leq \frac{3}{4}$ のとき、 $A = -$ $a +$ である。
- (3) $a < -2$ のとき、 $A = -$ $a +$ である。
- (4) $-2 \leq a \leq \frac{3}{4}$ のとき、 A のとりうる値の範囲は、
 $\frac{\text{ }{\text{}} \leq A \leq$ である。

(5) $A = 4a + 7$ となる a の値は, $\boxed{12}$, $-\frac{\boxed{13}}{\boxed{14}}$ である。

選択肢

- | | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|
| ① 1 | ② 2 | ③ 3 | ④ 4 | ⑤ 5 |
| ⑥ 6 | ⑦ 7 | ⑧ 8 | ⑨ 9 | ⑩ 0 |

数 学

〔Ⅱ〕 放物線 $C: y = x^2 + mx + n$ (m, n は定数) が直線 $x = a$ を軸とし、点 $(-1, 9)$ を通る。次の文章の空欄にあてはまるものを選択肢の中から選びなさい。ただし、同じものを繰り返し選んでもよい。解答番号は $\boxed{15} \sim \boxed{27}$ 。(20点)

(1) m と n を a の式で表すと

$$m = -\boxed{15}a, \quad n = -\boxed{16}a + \boxed{17} \text{ である。}$$

(2) 放物線 C が x 軸に接するとき、 a の値は、

$$a = -\boxed{18} \text{ または } a = \boxed{19} \text{ である。}$$

(3) 座標平面上において、放物線 C が直線 $y = -x - 1$ よりも上側にあるとき、

$$a \text{ のとりうる値の範囲は、 } -\frac{\boxed{20}}{\boxed{21}} < a < \frac{\boxed{22}}{\boxed{23}} \text{ である。}$$

(4) 放物線 C が x 軸から切りとる線分の長さが 8 になるとき、

$$a \text{ の値は、 } a = -\boxed{24} \text{ または } a = \boxed{25} \text{ である。}$$

(5) 放物線 C が $-3 \leq x \leq 8$ で x 軸と異なる 2 点で交わるとき、

$$a \text{ のとりうる値の範囲は、 } \boxed{26} < a \leq \boxed{27} \text{ である。}$$

選択肢

- | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ① | 1 | ② | 2 | ③ | 3 | ④ | 4 | ⑤ | 5 |
| ⑥ | 6 | ⑦ | 7 | ⑧ | 8 | ⑨ | 9 | ⑩ | 0 |

数 学

- 〔Ⅲ〕 $\boxed{1}$, $\boxed{2}$, $\boxed{3}$, $\boxed{4}$, $\boxed{5}$ の5枚のカードが入っている袋から1枚ずつカードを取り出し、1回取り出すごとに次の規則にしたがって、左から順にカードを机に置く。次の文章の空欄に当てはまるものを選択肢の中から選びなさい。ただし、同じものを繰り返し選んでもよい。解答番号は $\boxed{28}$ ~ $\boxed{45}$ 。
- (20点)

(規則)

カードを3回取り出す。

1回目は取り出したカードを机に置く。

2回目と3回目は取り出したカードに書かれた数が、最後に置いたカードに書かれた数と連続するときは机に置き、連続しないときは袋に戻す。

例えば、 $\boxed{2}$, $\boxed{5}$, $\boxed{1}$ の順にカードを取り出したとき、机に $\boxed{2}$, $\boxed{1}$ のカードが置かれている。

- (1) 机に置いたカードが左から順に $\boxed{1}$ $\boxed{2}$ $\boxed{3}$ である確率は、

$$\frac{\boxed{28}}{\boxed{29} \quad \boxed{30}} \text{ である。}$$

- (2) 机に置いたカードが $\boxed{5}$ だけである確率は、

$$\frac{\boxed{31}}{\boxed{32} \quad \boxed{33}} \text{ である。}$$

- (3) 机に置いたカードが左から順に $\boxed{4}$ $\boxed{5}$ である確率は、

$$\frac{\boxed{34}}{\boxed{35} \quad \boxed{36}} \text{ である。}$$

数 学

- (4) 最後に机に置いたカードが $\boxed{5}$ である確率は、

$$\frac{\boxed{37} \quad \boxed{38}}{\boxed{39} \quad \boxed{40} \quad \boxed{41}}$$
である。

- (5) 最後に机に置いたカードが $\boxed{5}$ であったとき、
机に置いたカードが $\boxed{5}$ だけである条件付き確率は、

$$\frac{\boxed{42} \quad \boxed{43}}{\boxed{44} \quad \boxed{45}}$$
である。

選択肢

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5
⑥ 6 ⑦ 7 ⑧ 8 ⑨ 9 ⑩ 0

〔Ⅳ〕 太郎さんと花子さんは次の問題について考えている。太郎さんと花子さんの会話を読んで、次の文章の空欄に当てはまるものを選択肢の中から選びなさい。ただし、同じものを繰り返し選んでもよい。解答番号は **46** ～ **61**。

(20点)

(問題)

$0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$ とする。 $2\sin\left(\frac{\theta}{2} + \frac{29}{30}\pi\right) - 2\cos\left(\frac{\theta}{2} + \frac{4}{5}\pi\right) = 1$ を満たす θ を求めよ。

花子：複雑な方程式だね。置き換えをして方程式をすっきりさせたいね。

太郎： $\frac{\theta}{2} + \frac{4}{5}\pi = x$ とおいて、 x を用いた方程式を作るのはどうだろう。

花子：良い方法だね。 x の値の範囲も調べておく必要があるね。

$0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$ より $\frac{\mathbf{46}}{\mathbf{47}}\pi \leq x \leq \frac{\mathbf{48}}{\mathbf{50}}\frac{\mathbf{49}}{\mathbf{51}}\pi \cdots \cdots \textcircled{1}$ である。

$\frac{\theta}{2} + \frac{4}{5}\pi = x$ を代入すると、 $2\sin\left(x + \frac{\mathbf{52}}{\mathbf{53}}\pi\right) - 2\cos x = 1$

加法定理を用いると、 $\sqrt{\mathbf{54}} \sin x - \cos x = \mathbf{55}$

さらに、 $\sin\left(x - \frac{\mathbf{56}}{\mathbf{57}}\pi\right) = \frac{\mathbf{58}}{\mathbf{59}}$ と変形できる。

$\textcircled{1}$ の範囲で x の値が求められるから、 $\theta = \frac{\mathbf{60}}{\mathbf{61}}\pi$ である。

選択肢

- | | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|
| ① 1 | ② 2 | ③ 3 | ④ 4 | ⑤ 5 |
| ⑥ 6 | ⑦ 7 | ⑧ 8 | ⑨ 9 | ⑩ 0 |

数 学

[V] $0 < a < 1$ とする。座標平面上に放物線 $C: y = x^2 - (a + 2)x + a + 1$ がある。次の文章の空欄に当てはまるものを選択肢の中から選びなさい。ただし、同じものを繰り返し選んでもよい。[66] は、解答群の中から選びなさい。解答番号は [62] ~ [71]。(25点)

C と x 軸との交点の x 座標は、[62] と $a +$ [63] である。

C と x 軸で囲まれた部分の面積を S_1 とする。

S_1 を a を用いて表すと、 $S_1 = \frac{a^{[64]}}{[65]}$ である。

また、点 $(a + [63], 0)$ における C の接線を ℓ とすると、 ℓ の方程式は [66] である。

[66] の解答群

- | | |
|----------------------|----------------------|
| ① $y = ax + a^2 + a$ | ② $y = ax + a^2 - a$ |
| ③ $y = ax - a^2 + a$ | ④ $y = ax - a^2 - a$ |

C と ℓ および直線 $x = 2$ で囲まれた部分の面積を S_2 とする。

S_2 を a を用いて表すと、 $S_2 = \frac{([67] - a)^{[68]}}{[69]}$ である。

さらに、 $S = S_1 + S_2$ とする。 $0 < a < 1$ の範囲で a の値が変化するとき、 S が最小になる a の値は、[70] $-\sqrt{[71]}$ である。

選択肢

- | | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|
| ① 1 | ② 2 | ③ 3 | ④ 4 | ⑤ 5 |
| ⑥ 6 | ⑦ 7 | ⑧ 8 | ⑨ 9 | ⑩ 0 |