

I 次の \square にあてはまる数値や符号を答えよ。(36点)

次の2つの2次関数

$$y = x^2 + 2(a - 2)x + 3a \quad \cdots \cdots \text{①}$$

$$y = x^2 + bx + c \quad \cdots \cdots \text{②}$$

について考える。ただし, a, b, c は定数とする。

②のグラフが, 2点 $A(2, 0), B(3, 0)$ を通るとき, 次のことがいえる。

(1) b, c の値は $b = \square$ アイ, $c = \square$ ウ であり, ②のグラフの頂点の座標は

$$\left(\frac{\square}{\square} \text{エ}, \frac{\square}{\square} \text{カキ} \right)$$

である。また, ①のグラフの頂点の座標は

$$(-a + \square \text{ケ}, -a^2 + \square \text{コ} a - \square \text{サ})$$

である。

(2) ①の最小値が2以上となるような a のとり得る値の範囲は

$$\square \text{シ} \leq a \leq \square \text{ス}$$

である。

(3) ①, ②のグラフの軸が一致するときの a の値は

$$a = \frac{\square \text{セ} \square \text{ソ}}{\square \text{タ}}$$

である。このとき, ①のグラフを y 軸方向に $\frac{\square \text{チ} \square \text{ツ}}{\square \text{テ}}$ だけ平行移動すると②のグラフに重なる。

(4) ①のグラフが線分 AB (両端を含む) と共有点を1つだけもつような a のとり得る値の範囲は

$$\frac{\square \text{ト}}{\square \text{ナ}} \leq a \leq \frac{\square \text{ニ}}{\square \text{ヌ}}$$

である。ただし, $a > 0$ とする。

解答は解答用紙にマークせよ。以下余白

Ⅱ 次の□にあてはまる数値や符号を答えよ。(39点)

△ABCにおいて、 $AB = 2$ 、 $BC = 3$ 、 $AC = 3$ であり、辺BCを $t:1-t$ に内分する点をDとし、 $AD = x$ とおく。

ただし、 $0 < t < 1$ である。このとき、次のことがいえる。

(1) △ABCの面積を S とすると、

$$S = \boxed{\text{ア}} \sqrt{\boxed{\text{イ}}} \text{である。}$$

(2) $\cos \angle ABD = \frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}$ であり、

$$x = \sqrt{\boxed{\text{オ}} t^2 - \boxed{\text{カ}} t + \boxed{\text{キ}}}$$

である。

x は $t = \frac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}}$ のとき最小となり、このとき

$$\cos \angle BAD = \frac{\boxed{\text{コ}} \sqrt{\boxed{\text{サ}}}}{\boxed{\text{シ}}}$$

である。

(3) △ABD、△ACDの内接円の半径をそれぞれ、 r_1 、 r_2 とし、△ABCの面積 S が $S = \sqrt{2} x$ を満たすときを考える。

このとき

$$x = \boxed{\text{ス}} \text{であり、} t = \frac{\boxed{\text{セ}}}{\boxed{\text{ソ}}} \text{である。}$$

また、このとき

$$\frac{r_1}{r_2} = \boxed{\text{タ}} \text{であり、} r_1 = \frac{\sqrt{\boxed{\text{チ}}}}{\boxed{\text{ツ}}} \text{である。}$$

解答は解答用紙にマークせよ。以下余白

Ⅲ 次の□にあてはまる数値や符号を答えよ。(38点)

次の2つの関数

$$f(x) = \log_3(x+5) + \log_3(7-x)$$

$$g(x) = 4^x - (4^a + 1)2^x + 4^a$$

について考える。ただし、 a は正の定数とする。このとき、次のことがいえる。

(1) $f(4) = \square$ である。

$g(1) = 0$ のとき、 a の値は $a = \frac{\square}{\square}$ である。

(2) $f(x) < 3$ を満たす x のとり得る値の範囲は

$$\square < x < \square, \square < x < \square$$

である。

(3) $g(x) < 0$ を満たす x のとり得る値の範囲は

$$\square < x < \square a$$

である。

(4) $f(x) < 3$ と $g(x) < 0$ を同時に満たす整数 x がただ1つ存在するような a のとり得る値の範囲は

$$\frac{\square}{\square} < a \leq \square$$

である。また、そのときの整数 x は

$$x = \square$$

である。

解答は解答用紙にマークせよ。以下余白

Ⅳ 次の□にあてはまる数値や符号を答えよ。(37点)

次の x の関数

$$f(x) = x^3 + ax^2 - x + 1$$

について考える。ただし、 a は定数とする。また、 $f'(1) = 0$ である。

このとき、次のことがいえる。

(1) a の値は

$$a = \boxed{\text{アイ}}$$

である。

(2) k を定数とする。 x の方程式 $f(x) = k$ が異なる 3 つの実数解をもつような k のとり得る値の範囲は

$$\boxed{\text{ウ}} < k < \frac{\boxed{\text{エオ}}}{\boxed{\text{カキ}}}$$

である。

(3) k を定数とする。 x の方程式 $f(x) = k$ が異なる 2 つの正の解と 1 つの負の解をもつような k のとり得る値の範囲は

$$\boxed{\text{ク}} < k < \boxed{\text{ケ}}$$

である。

(4) $y = f(x)$ のグラフと x 軸で囲まれた図形の面積 S は

$$S = \frac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}}$$

である。

解答は解答用紙にマークせよ。以下余白