数　　学　(2025)

（注意事項）

1　問題文は８ページあります。見開いた右半分は余白になっています。

2　解答は本冊子の裏表紙にある〔解答上の注意〕に従って，解答用紙の所定欄に記入してください。下書きには，問題冊子の余白を利用してください。ただし，回収はしませんので採点の対象とはなりません。

3　解答はすべてマークセンス方式となっていますので，解答用紙の注意事項をよく読み解答してください。

4　受験番号・氏名・フリガナは，監督者の指示に従って，解答用紙の所定欄に丁寧に記入してください。

5　解答用紙にマークセンス方式の受験番号欄があります。受験番号をマークする際は濃く丁寧にぬってください。

6　試験中に問題冊子の印刷不鮮明，ページ落丁・乱丁及び解答用紙の汚れ等に気づいた場合は，手を挙げて監督者に知らせてください。

1 次の各問の $\boxed{}$ に適する答を解答欄にマークせよ。

[1] 等式 $\dfrac{ax+3}{(x+a)(x+b)}=\dfrac{b}{x+a}+\dfrac{1}{x+b}$ が x についての恒等式となるように，定数 a，b の組を定めると，$(a,\ b)=\left(\boxed{\text{アイ}},\ \boxed{\text{ウエ}}\right)$ または $(a,\ b)=\left(\boxed{\text{オ}},\ \boxed{\text{カ}}\right)$ である。ただし，$\boxed{\text{アイ}}<\boxed{\text{オ}}$ とする。

[2] m は実数の定数とする。2次方程式 $x^2+4mx+m+3=0$ が異なる2つの虚数解をもつのは $\dfrac{\boxed{\text{キク}}}{\boxed{\text{ケ}}}<m<\boxed{\text{コ}}$ のときである。この2次方程式の異なる2つの虚数解の1つが $x=-1-\dfrac{\sqrt{10}}{2}i$ となるのは，$m=\dfrac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シ}}}$ のときである。ただし，i は虚数単位とする。

[3] 2つの多項式 $P_1(x)$ と $P_2(x)$ を x^2+2x-3 で割ったときの余りを，それぞれ $x+2$，$2x+3$ とする。$P_1(x)+P_2(x)$ を x^2+2x-3 で割ったときの余りは $\boxed{\text{ス}}\,x+\boxed{\text{セ}}$ である。$P_1(x)P_2(x)$ を x^2+2x-3 で割ったときの余りは $\boxed{\text{ソ}}\,x+\boxed{\text{タチ}}$ である。$P_1(x)P_2(x)$ を $x+3$ で割ったときの余りは $\boxed{\text{ツ}}$ である。

[4] 4桁の自然数のうち，ちょうど2種類の数字から成り立っている数の個数は $\boxed{\text{テトナ}}$ 個である。

2 次の各問の $\boxed{}$ に適する答を解答欄にマークせよ。

［1］ 4 個のさいころを同時に投げるとき，出る目の最小値が 2 である確率は $\dfrac{\boxed{アイ}}{\boxed{ウエオ}}$ である。

［2］ 実数 x，y が $2x+y=10$，$x \geqq 0$，$y \geqq 0$ を満たしているとする。$x^2+y^2-2x-4y+5$ は，$x=\boxed{カ}$，$y=\boxed{キク}$ で最大値 $\boxed{ケコ}$ をとり，$x=\dfrac{\boxed{サシ}}{\boxed{ス}}$，$y=\dfrac{\boxed{セソ}}{\boxed{タ}}$ で最小値 $\dfrac{\boxed{チツ}}{\boxed{テ}}$ をとる。

［3］ 次の ⓪ ～ ③ の数のうち最も小さい数は $\boxed{ト}$ であり，最も大きい数は $\boxed{ナ}$ である。

⓪ 4

① $\left(\sqrt{\dfrac{5}{2}}\right)^3$

② $\sqrt{3}+\sqrt{5}$

③ $8\left(\sqrt{5}-\sqrt{3}\right)$

3 次の各問の $\boxed{}$ に適する答を解答欄にマークせよ。

[1] 座標平面において，直線 $x-3y=0$ と直線 $13x-9y=0$ が線対称になるような対称軸のうち，傾きが正の対称軸 k を表す方程式を求めたい。直線 $x-3y=0$ と x 軸の正の向きとのなす角を α，直線 $13x-9y=0$ と x 軸の正の向きとのなす角を β とする。ただし，$0<\alpha<\dfrac{\pi}{2}$，$0<\beta<\dfrac{\pi}{2}$ とする。すると，対称軸 k と x 軸の正の向きとのなす角は $\dfrac{\alpha+\beta}{2}$ となる。

(1) $\tan\alpha=\dfrac{\boxed{ア}}{\boxed{イ}}$，$\tan\beta=\dfrac{\boxed{ウエ}}{\boxed{オ}}$ である。

(2) 正接の加法定理より $\tan(\alpha+\beta)=\dfrac{\boxed{カキ}}{\boxed{ク}}$ である。さらに $\cos(\alpha+\beta)=\dfrac{\boxed{ケ}}{\boxed{コサ}}$ である。

(3) 半角の公式より

$$\tan\frac{\alpha+\beta}{2}=\frac{\boxed{シ}}{\boxed{ス}}$$

である。よって，求めたい対称軸 k の直線の方程式は $y=\dfrac{\boxed{シ}}{\boxed{ス}}x$ である。

（**3** は次ページに続く。）

[2]　全体集合を U とし，条件 p，q をみたすもの全体の集合を，それぞれ P，Q とする。また，以下のような3つの命題がある。

$$p \Rightarrow q \qquad \cdots\cdots \quad ①$$

$$p \Rightarrow (q \text{ でない}) \qquad \cdots\cdots \quad ②$$

$$(p \text{ でない}) \Rightarrow (q \text{ でない}) \qquad \cdots\cdots \quad ③$$

(1)　命題①が真であるとき，P，Q について常に成り立つことは下の選択肢の中に5つあり，それらは $\boxed{\text{セ}}$，$\boxed{\text{ソ}}$，$\boxed{\text{タ}}$，$\boxed{\text{チ}}$，$\boxed{\text{ツ}}$ である。ただし，解答の順序は問わない。

(2)　命題②が真であるとき，P，Q について常に成り立つことは下の選択肢の中に3つあり，それらは $\boxed{\text{テ}}$，$\boxed{\text{ト}}$，$\boxed{\text{ナ}}$ である。ただし，解答の順序は問わない。

(3)　命題③が真であるとき，P，Q について常に成り立つことは下の選択肢の中に5つあり，それらは $\boxed{\text{ニ}}$，$\boxed{\text{ヌ}}$，$\boxed{\text{ネ}}$，$\boxed{\text{ノ}}$，$\boxed{\text{ハ}}$ である。ただし，解答の順序は問わない。

■選択肢

⊖　$P = Q$

⓪　$P \subset Q$

①　$Q \subset P$

②　$\overline{P} \subset \overline{Q}$

③　$\overline{Q} \subset \overline{P}$

④　$P \subset \overline{Q}$

⑤　$Q \subset \overline{P}$

⑥　$P \cap Q = P$

⑦　$P \cap Q = Q$

⑧　$P \cap Q = \emptyset$（$\emptyset$ は空集合を表す）

⑨　$\overline{P} \cap Q = \emptyset$（$\emptyset$ は空集合を表す）

ⓐ　$P \cap \overline{Q} = \emptyset$（$\emptyset$ は空集合を表す）

ⓑ　$P \cup Q = Q$

ⓒ　$P \cup Q = P$

4 次の各問の $\boxed{}$ に適する答を解答欄にマークせよ。

$1 \leqq x \leqq 8$ のとき,

$$y = 2(\log_2 x)^3 - 9(\log_2 x)^2 + 3\log_{\frac{1}{2}} x^{-3} - 3\log_2 \frac{1}{x}$$

とする。

(1) $t = \log_2 x$ とおくと,$1 \leqq x \leqq 8$ より,t のとる値の範囲は $\boxed{ア} \leqq t \leqq \boxed{イ}$ となる。
y は t の関数として

$$y = \boxed{ウ}\, t^3 - \boxed{エ}\, t^2 + \boxed{オカ}\, t$$

と変形される。以降,この式の右辺を

$$g(t) = \boxed{ウ}\, t^3 - \boxed{エ}\, t^2 + \boxed{オカ}\, t$$

とおく。

(2) 関数 $g(t)$ は $t = \boxed{キ}$ で極大値 $\boxed{ク}$ をとり,$t = \boxed{ケ}$ で極小値 $\boxed{コ}$ をとる。

以下の設問においては,t 軸と y 軸を座標軸とする座標平面上の曲線 $y = g(t)$ について考える。

(3) $\boxed{ア} \leqq t \leqq \boxed{イ}$ の範囲において,関数 $g(t)$ は $t = \boxed{サ}$ で最大値 $\boxed{シ}$ をとり,$t = \boxed{ス}$ で最小値 $\boxed{セ}$ をとる。

(4) 点 A$\left(\boxed{ア},\ g\left(\boxed{ア}\right)\right)$ と点 B$\left(\boxed{イ},\ g\left(\boxed{イ}\right)\right)$ を通る直線を ℓ とする。
直線 ℓ と曲線 $y = g(t)$ は,点 A,点 B,および点 $\left(\dfrac{\boxed{ソ}}{\boxed{タ}},\ \dfrac{\boxed{チ}}{\boxed{ツ}}\right)$ の 3 点で交わる。区間 $\boxed{ア} \leqq t \leqq \dfrac{\boxed{ソ}}{\boxed{タ}}$ において,直線 ℓ と曲線 $y = g(t)$ で囲まれた図形の面積は $\dfrac{\boxed{テト}}{\boxed{ナニ}}$ である。

(5) 点 A を通る直線を m とする。直線 m と曲線 $y = g(t)$ が点 A ではない点で接するとき,接点の座標は $\left(\dfrac{\boxed{ヌ}}{\boxed{ネ}},\ \dfrac{\boxed{ノハヒ}}{\boxed{フヘ}}\right)$ である。

5 次の各問の $\boxed{}$ に適する答を解答欄にマークせよ。

円 O に内接する四角形 ABCD において，AB = 4，BC = 5，CD = 1，DA = 4 とする。

(1) $\cos\angle \mathrm{BAD} = \dfrac{\boxed{ア}}{\boxed{イ}}$ であり，対角線 BD の長さは $\dfrac{\boxed{ウ}\sqrt{\boxed{エオ}}}{\boxed{カ}}$ である。また，$\angle \mathrm{ABC} = \boxed{キク}^\circ$ であり，対角線 AC の長さは $\sqrt{\boxed{ケコ}}$ である。

(2) 円 O の半径は $\sqrt{\boxed{サ}}$ である。四角形 ABCD の面積は $\boxed{シ}\sqrt{\boxed{ス}}$ である。

(3) 2 つの対角線 AC と BD の交点を E とするとき，$\dfrac{\mathrm{EC}}{\mathrm{EA}} = \dfrac{\boxed{セ}}{\boxed{ソタ}}$，$\dfrac{\mathrm{ED}}{\mathrm{EB}} = \dfrac{\boxed{チ}}{\boxed{ツ}}$ である。

(4) 三角形 CDE の面積は $\dfrac{\boxed{テ}\sqrt{\boxed{ト}}}{\boxed{ナニ}}$ である。

6 次の各問の $\boxed{}$ に適する答を解答欄にマークせよ。

次の条件によって定められる数列 $\{a_n\}$ がある。

$$a_1 = 1 \quad \cdots\cdots \text{①}$$

$$a_{n+1} = \frac{9}{6 - a_n} \quad (n = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots\cdots) \quad \cdots\cdots \text{ⓐ}$$

(1) 条件により

$$a_2 = \frac{\boxed{ア}}{\boxed{イ}} \quad \cdots\cdots \text{②}$$

$$a_3 = \frac{\boxed{ウエ}}{\boxed{オ}} \quad \cdots\cdots \text{③}$$

$$a_4 = \frac{\boxed{カ}}{\boxed{キ}} \quad \cdots\cdots \text{④}$$

$$a_5 = \frac{\boxed{クケ}}{\boxed{コサ}} \quad \cdots\cdots \text{⑤}$$

$$\vdots$$

となり，順次 a_2，a_3，a_4，a_5，……の値がただ1通りに定まる。

(2) よって，$\{a_n\}$ の一般項は次のようになることが推測される。

$$a_n = \frac{\boxed{シ}\,n - \boxed{ス}}{\boxed{セ}\,n + \boxed{ソ}} \quad \cdots\cdots \text{ⓑ}$$

（**6** は次ページに続く。）

(3) この推測が正しいことを，以下，$\boxed{\text{タ}}$ によって証明する。

〔1〕まず $n=\boxed{\text{チ}}$ のとき，$\boxed{\text{ツ}}$ より $\boxed{\text{テ}}$ は成り立つ。

〔2〕つぎに，$n=\boxed{\text{ト}}$ のとき $\boxed{\text{テ}}$ は成り立つと仮定する。この仮定の下，$a_{\boxed{\text{ナ}}}$ を $\boxed{\text{ニ}}$ より求めると，

$$a_{\boxed{\text{ナ}}}=\frac{\boxed{\text{ヌ}}\,k+\boxed{\text{ネ}}}{\boxed{\text{ノ}}\,k+\boxed{\text{ハ}}}$$

であり，$n=\boxed{\text{ナ}}$ のときにも $\boxed{\text{テ}}$ は成り立つ。

〔1〕,〔2〕から，$n=\boxed{\text{ヒ}}$ について $\boxed{\text{テ}}$ は成り立つ。

■ $\boxed{\text{タ}}$ $\boxed{\text{ツ}}$ $\boxed{\text{テ}}$ $\boxed{\text{ニ}}$ の選択肢（同じものを繰り返し選んでもよい。）

① ①

② ②

③ ③

④ ④

⑤ ⑤

⑥ 数学的演繹法

⑦ 数学的帰納法

⑧ 背理法

⑨ 対偶

ⓐ ⓐ

ⓑ ⓑ

■ $\boxed{\text{チ}}$ $\boxed{\text{ト}}$ $\boxed{\text{ナ}}$ $\boxed{\text{ヒ}}$ の選択肢（同じものを繰り返し選んでもよい。）

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

⑥ k

⑦ $k+1$

⑧ $2k-1$

⑨ 1，2，……，2^k-1

ⓐ 3，6，9，……

ⓑ 1，3，5，……

ⓒ 1，2，3，……

解答上の注意

1．　問題の文中の $\boxed{\text{ア}}$ ，$\boxed{\text{イウ}}$ ，$\boxed{\text{エオカ}}$ などの $\boxed{\phantom{\text{アイ}}}$ には，特に指示がない限り，数字（0 ～ 9），アルファベット（a ～ d）または負の符号（－）が入る。ア，イ，ウ，…… の一つ一つは，これらのいずれか一つに対応する。それらを解答用紙のア，イ，ウ，…… で示された解答欄にマークせよ。

［例 1］ $\boxed{\text{アイウ}}$ に－ 86 と答えたいとき

ア	●	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	a	b	c	d
イ	⊖	0	1	2	3	4	5	6	7	●	9	a	b	c	d
ウ	⊖	0	1	2	3	4	5	●	7	8	9	a	b	c	d

［例 2］ $\boxed{\text{エ}}$ － $\boxed{\text{オ}}$ に $9-a$ と答えたいとき

エ	⊖	0	1	2	3	4	5	6	7	8	●	a	b	c	d
オ	⊖	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	●	b	c	d

2．　分数で解答するときは，既約分数（それ以上約分できない分数）で答えよ。符号は分子に付け，分母に付けた形では答えないこと。

［例 3］ $\dfrac{\boxed{\text{カキ}}}{\boxed{\text{ク}}}$ に $-\dfrac{2}{7}$ と答えたいときは，$\dfrac{-2}{7}$ として

カ	●	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	a	b	c	d
キ	⊖	0	1	●	3	4	5	6	7	8	9	a	b	c	d
ク	⊖	0	1	2	3	4	5	6	●	8	9	a	b	c	d

3．　根号を含む形で解答する場合は，根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えよ。

例えば，$4\sqrt{2}$，$\dfrac{\sqrt{13}}{2}$ と答えるところを，$2\sqrt{8}$，$\dfrac{\sqrt{52}}{4}$ のように答えないこと。