

数 学

(2025)

- (注意事項)
- 1 問題文は6ページあります。試験中にページの不足に気づいた場合は、監督者に知らせてください。
 - 2 解答は本冊子の裏表紙にある〔解答上の注意〕に従って、解答用紙の所定欄に記入してください。下書きには、問題冊子の余白を利用してください。ただし、回収はしませんので採点の対象とはなりません。
 - 3 解答はすべてマークセンス方式となっていますので、解答用紙の注意事項をよく読み解答してください。
 - 4 受験番号・氏名・フリガナは、監督者の指示に従って、解答用紙の所定欄に丁寧に記入してください。
 - 5 解答用紙にマークセンス方式の受験番号欄があります。受験番号をマークする際は濃く丁寧にぬってください。
 - 6 試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページ落丁・乱丁及び解答用紙の汚れ等に気づいた場合は、手を挙げて監督者に知らせてください。

1 次の各問の に適する答を解答欄にマークせよ。

[1] 10 万円の投資をした。年利 20 % の複利計算の場合、120 万円を超えるのは アイ 年後である。ただし、 $\log_{10} 2 = 0.301$, $\log_{10} 3 = 0.477$ とする。

[2] $x = \sqrt{3} - 2$ のとき、 $x^3 + 3x^2 - 2x - 4$ の値は、 $\sqrt{\text{ウ}} - \text{エ}$ である。

[3] $\left(2x - \frac{1}{2x}\right)^8$ の展開式において、 x^2 の係数は オカキク であり、定数項は ケコ である。

[4] 正十二面体の各面は合同な正五角形である。1 つの頂点に集まる面の数は 3 であるため、頂点の数は サシ である。また、1 つの辺に集まる面の数は ス であるため、辺の数は セソ である。

[5] 空間内の互いに異なる 2 直線 l , m と、互いに異なる 3 平面 α , β , γ について、次の中で正しい記述は タ チ である。ただし、下の選択肢の中から番号の小さい順に解答欄にマークせよ。

- ① $\alpha \perp \beta$, $\beta \perp \gamma$ ならば、 $\alpha \parallel \gamma$ である。
- ② $l \perp m$, $l \parallel \alpha$ ならば、 $m \perp \alpha$ である。
- ③ $l \parallel \alpha$, $l \parallel \beta$ ならば、 $\alpha \parallel \beta$ である。
- ④ $l \perp \alpha$, $l \parallel \beta$ ならば、 $\alpha \perp \beta$ である。
- ⑤ $l \parallel m$ ならば、 $l \parallel \alpha$, $m \perp \alpha$ を満たす α が存在する。
- ⑥ $l \parallel \alpha$ ならば、 $l \parallel \beta$, $\alpha \perp \beta$ を満たす β が存在する。

2 次の各問の に適する答を解答欄にマークせよ.

座標平面上において、放物線 $y = x^2$ 上の 2 つの異なる点 A, B における接線の交点 C は、直線 $x + y + 1 = 0$ 上にある. 放物線 $y = x^2$ と、点 A, B における 2 つの接線とで囲まれる面積 S の最小値について、以下のように考える.

放物線上の 2 つの点の座標を A (a, a^2) , B (b, b^2) とおく. ただし, $a < b$ とする.

また、点 A と点 B における放物線の接線と直線 $x + y + 1 = 0$ 上の点 C の座標を C $(c, -c - 1)$ とおく.

(1) 点 A における接線の方程式は $y = \text{アイ} x - \text{ウ}^2$ である.

(2) 点 B における接線の方程式は $y = \text{エオ} x - \text{カ}^2$ である.

(3) 放物線 $y = x^2$ と点 A における接線ならびに直線 $x = c$ に囲まれた面積 S_1 を求めると,

$$S_1 = \frac{\text{キ}}{\text{ク}} (\text{ケ} - \text{コ})^{\text{サ}}$$

(4) 放物線 $y = x^2$ と点 B における接線ならびに直線 $x = c$ に囲まれた面積 S_2 を求めると,

$$S_2 = \frac{\text{シ}}{\text{ス}} (\text{セ} - \text{ソ})^{\text{タ}}$$

(5) $a < b$ より, $a < c < b$ となるから, 面積 $S = S_1 + S_2 = \frac{\text{チ}}{\text{ツ}} (\sqrt{c^2 + c + \text{テ}})^{\text{ト}}$

(6) 面積 S は $c = \frac{\text{ナニ}}{\text{ヌ}}$ のとき, 最小値 $\frac{\sqrt{\text{ネ}}}{\text{ノ}}$ である.

3 次の各問の に適する答を解答欄にマークせよ。

A 大学の B 同好会では、秋の学園祭の模擬店において、クロック販売を企画している。以下の条件を仮定するとき、クロックの販売価格と利益との関係を求めたい。

次のように変数を定める。

p : クロック 1 個あたりの販売価格 (円/個)

x : 学園祭期間中 (以下, 期間中) のクロックの販売個数 (個)

r : 期間中の利益 (円)

- ・クロックの販売価格は 10 円単位で決定する必要がある。
- ・期間中のクロックの販売個数 x は $600 - 4p$ として計算できるとする。
- ・期間中の費用は、販売されたクロックの材料費 (1 個あたり 50 円) と、調理器具のレンタル料 (期間中 3,000 円) との合計であるとする。
- ・期間中の利益は、期間中の売り上げ (px) から期間中の費用を引いた金額とする。

例えば、クロックの販売価格を 60 円とした場合、期間中の販売個数は 360 個であり、売り上げが 21,600 円、費用が 21,000 円であるから、期間中の利益は 600 円と計算できる。

(1) クロックの販売価格を 70 円とした場合、期間中の利益は アイウエ 円と計算できる。また、クロックの販売価格を 50 円とした場合、売り上げより費用のほうが多く、 オ 千円の損失となる。

(2) 期間中の利益 r を販売価格 p を使って式で表すと、

$$r = - \text{カ} p^2 + \text{キクケ} p - \text{コサシスセ}$$

とかける。 $0 < p < 150$ の範囲で利益 r の最大値を考えると、

販売価格が ソタチ 円するとき、期間中の利益 r は ツ 千円で最大となることがわかる。

(3) 調理器具のレンタル料が当初の条件通り期間中 3,000 円である場合、利益を得る ($r > 0$) ための販売価格は、 テト 円以上 ナニヌ 円以下である。また、調理器具のレンタル料が 6,400 円である場合、利益を得る ($r > 0$) ための販売価格は、 ネノ 円以上 ハヒフ 円以下である。

4 次の各問の に適する答を解答欄にマークせよ.

$AB = 12$, $BC = 6$ である $\triangle ABC$ の外接円を O とし, 点 C における円 O の接線と直線 AB の交点を D とする. $\angle ADC$ の二等分線と直線 AC の交点を E とする.

(1) $BD = 4$ のとき, $\frac{AE}{EC} = \boxed{\text{ア}}$ となる.

(2) $\angle ABC = 90^\circ$ のとき, $\frac{AE}{EC} = \sqrt{\boxed{\text{イ}}}$ となる.

(3) 円 O の半径が最小のとき, $\frac{AE}{EC} = \sqrt{\boxed{\text{ウ}}}$ となる.

5

次の各問の に適する答を解答欄にマークせよ。ただし、 ク は、㉐～㉔より適切なものを一つ選べ。

数列 $\{a_n\}$ が、

$$a_1 = 3, a_{n+1} = 81a_n^3 \ (n = 1, 2, 3, \dots)$$

を満たすとする。このとき数列 $\{a_n\}$ の各項はすべて正である。

(1) $b_n = \log_3 a_n$ とおくと、

$$b_1 = \text{ア}, b_{n+1} = \text{イ} b_n + \text{ウ}$$

となる。

この式を変形すると、

$$b_{n+1} + \text{エ} = \text{オ} (b_n + \text{カ})$$

と書き換えることができる。ただし、 エ = カ とする。

よって数列 $\{b_n\}$ の一般項は、

$$b_n = \text{キ} \text{ク}^n - \text{ケ}$$

となる。

ク の選択肢

㉐ $n-1$ ㉑ n ㉒ $n+1$ ㉓ $n+2$

(2) $c_n = \log_{10} a_n$ とおくと、

$$c_1 = \log_{10} \text{コ}, c_{n+1} = \text{サ} c_n + \text{シ} c_1$$

となり、数列 $\{c_n\}$ の一般項は、

$$c_n = c_1 (\text{ス}^n - \text{セ})$$

となる。

この式において $\log_{10} 3 = 0.477$ の近似値を用いると、

a_3 の桁数は ソタ 桁であり、 a_7 の桁数は チツテト 桁であることがわかる。

6 次の各問の に適する答を解答欄にマークせよ。

ある工場では、製品 X と製品 Y を 1 日あたりそれぞれ 10,000 個ずつ生産し、すべての製品に対して品質検査を行ったうえで、不良品と判定された製品を除外して出荷している。製品 X の不良率（不良品である確率）が 3 % であり、製品 Y の不良率は 2 % となっている。品質検査によって不良品を誤って不良品ではないと判定してしまう確率が製品 X では 1 %、製品 Y では 3 % となっている。さらに、品質検査によって正常な製品を誤って不良品と判定してしまう確率が製品 X では 2 %、製品 Y では 4 % となっている。

- (1) 1 日あたりの不良品の発生数は製品 X が アイウ 個、製品 Y が エオカ 個になる。
- (2) 品質検査によって不良品と判定される 1 日あたりの製品数は製品 X が キクケ 個、製品 Y が コサシ 個になる。
- (3) 品質検査が不良品を見逃してしまう 1 日あたりの製品数は、製品 X が ス 個、製品 Y が セ 個になる。
- (4) 正常な製品を出荷した場合の利益が 1 個あたり 10 円、不良品を出荷した場合の損失が 1 個あたり 1,000 円となる。このとき、製品 X と製品 Y それぞれの不良率を 1 ポイント改善（製品 X の場合は 3 % から 2 % に改善、製品 Y の場合は 2 % から 1 % に改善）させたときの 1 日あたりの利益の増加は製品 X が ソタチツ 円、製品 Y が テトナニ 円になる。

解答上の注意

1. 問題の文中の ア , イウ , エオカ などの には、特に指示がない限り、数字（0～9）、アルファベット（a～d）または負の符号（－）が入る。ア、イ、ウ、…… の一つ一つは、これらのいずれか一つに対応する。それらを解答用紙のア、イ、ウ、…… で示された解答欄にマークせよ。

[例1] アイウ に－86 と答えたいとき

ア	☒	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	a	b	c	d
イ	☐	0	1	2	3	4	5	6	7	☒	9	a	b	c	d
ウ	☐	0	1	2	3	4	5	☒	7	8	9	a	b	c	d

[例2] エ － オ に $9 - a$ と答えたいとき

エ	☐	0	1	2	3	4	5	6	7	8	☒	a	b	c	d
オ	☐	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	☒	b	c	d

2. 分数形で解答するときは、既約分数（それ以上約分できない分数）で答えよ。符号は分子に付け、分母に付けた形では答えないこと。

[例3] $\frac{\text{カキ}}{\text{ク}}$ に $-\frac{2}{7}$ と答えたいときは、 $\frac{-2}{7}$ として

カ	☒	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	a	b	c	d
キ	☐	0	1	☒	3	4	5	6	7	8	9	a	b	c	d
ク	☐	0	1	2	3	4	5	6	☒	8	9	a	b	c	d

3. 根号を含む形で解答する場合は、根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えよ。

例えば、 $4\sqrt{2}$, $\frac{\sqrt{13}}{2}$ と答えるところを、 $2\sqrt{8}$, $\frac{\sqrt{52}}{4}$ のように答えないこと。