数　　学　（2025）

（注意事項）

1　問題文は4ページあります。

2　解答は，問題冊子に折り込まれている解答用紙（オモテとウラの両面）の所定欄に記入してください。下書きは，問題冊子の余白を利用してください。ただし，回収はしませんので採点の対象とはなりません。

3　定規は使用することができます。計算・メモ・通信などの機能をもった時計や電卓，携帯電話などは使用できません。

4　受験番号・氏名・フリガナは，監督者の指示に従って，解答用紙の所定欄に丁寧に記入してください。正しく記入されていない場合は，採点できないことがあります。

5　試験中に問題冊子の印刷不鮮明，ページ落丁・乱丁及び解答用紙の汚れなどに気づいた場合は，手を挙げて監督者に知らせてください。

1 次の $\boxed{}$ に当てはまる数値または式を答えよ。

[1] 2025以下の自然数のうち，2025との最大公約数が1であるものは $\boxed{\text{ア}}$ 個あり，それらの総和は $\boxed{\text{イ}}$ である。

[2] $z+\dfrac{1}{z}=2i$ のとき $z^3+\dfrac{1}{z^3}=$ $\boxed{\text{ウ}}$ であり，$z^5+\dfrac{1}{z^5}=$ $\boxed{\text{エ}}$ である。ただし，$i^2=-1$ とする。

[3] $\alpha=1+i$，$\beta=\dfrac{1}{\sqrt{3}}+i$ のとき，$\alpha\beta$ の絶対値は $\boxed{\text{オ}}$ であり偏角 θ は $\boxed{\text{カ}}$ である。ただし，$i^2=-1$ とし，偏角 θ は $0 \leqq \theta < 2\pi$ とする。

2　２つの関数

$$f(x) = e^{-x}\sin x \quad (0 \leqq x \leqq \pi), \qquad g(x) = \sqrt{2}\,e^{-x}\cos^2 x \quad (0 \leqq x \leqq \pi)$$

について，以下の各問に答えよ。

(1)　関数 $f(x)$ の極値を求めよ。

(2)　不定積分 $\displaystyle\int f(x)\,dx$ を求めよ。

(3)　不定積分 $\displaystyle\int g(x)\,dx$ を求めよ。

(4)　座標平面内の曲線 $y = f(x)$ と曲線 $y = g(x)$ とで囲まれた部分の面積 S を求めよ。

3 平面上に△ABC と点 P がある。また，平面上の基準となる点 O に関する点 A，B，C，P の位置ベクトルをそれぞれ $\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$，$\vec{p}$ とする。点 P が

$$3\vec{p} = (1-t)\vec{a} + (1-2t)\vec{b} + (1+3t)\vec{c}$$

を満たしながら動くとき，以下の各問に答えよ。ただし，t は実数とする。

(1) 点 P が直線 AB 上にあるときの t の値を求めよ。また，そのときの線分 AP の長さと線分 BP の長さの比を求めよ。

(2) 点 P が直線 BC 上にあるときの t の値を求めよ。また，そのときの線分 BP の長さと線分 CP の長さの比を求めよ。

(3) 点 P が△ABC の内部または周に含まれるための t の条件を求めよ。

(4) △ABC の各辺の長さが AB $= 6$，BC $= 5$，CA $= 4$ であるとき，点 P の軌跡のうち△ABC の内部または周に含まれる部分の長さを求めよ。

4　$0<\theta<\dfrac{\pi}{2}$ とする。点 O を原点とする座標平面内で，連立不等式

$$x^2+y^2 \leqq 1,\ 0 \leqq y \leqq (\tan\theta)x$$

が表す領域を D とする。点 A $(1,\ 0)$ を通る直線 ℓ が，領域 D を面積の等しい 2 つの領域に分割するとき，以下の各問に答えよ。

(1) 直線 ℓ と直線 $y=(\tan\theta)x$ の交点 P の座標を θ を用いて表せ。

(2) (1)の点 P について，△OAP を x 軸のまわりに 1 回転させてできる立体の体積 V を θ を用いて表せ。

(3) D を x 軸のまわりに 1 回転させてできる立体の体積 W を θ を用いて表せ。

(4) (2)の V と(3)の W について，極限 $\displaystyle\lim_{\theta\to+0}\frac{V}{W}$ を求めよ。

—問題文終り—