

# 数 学

(2023)

- (注意事項)
- 1 問題文は6ページあります。試験中にページの不足に気づいた場合は、監督者に知らせてください。
  - 2 解答は本冊子の裏表紙にある〔解答上の注意〕に従って、解答用紙の所定欄に記入してください。下書きには、問題冊子の余白を利用してください。ただし、回収はしませんので採点の対象とはなりません。
  - 3 解答はすべてマークセンス方式となっていますので、解答用紙の注意事項をよく読み解答してください。
  - 4 受験番号・氏名・フリガナは、監督者の指示に従って、解答用紙の所定欄に丁寧に記入してください。
  - 5 解答用紙にマークセンス方式の受験番号欄があります。受験番号をマークする際は濃く丁寧にぬってください。
  - 6 試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページ落丁・乱丁及び解答用紙の汚れ等に気づいた場合は、手を挙げて監督者に知らせてください。

1 次の各問の  に適する答を解答欄にマークせよ。

[1]  $(x-1)(x-3)(x+1)(x+3) - 10x^2 + 55$  を因数分解すると、

$(x - \text{ア})(x - \text{イ})(x + \text{ウ})(x + \text{エ})$  となる。

ただし、 $\text{ア} < \text{イ}$  であり、また、 $\text{ウ} < \text{エ}$  であるとする。

[2]  $k$  を実数とする。方程式  $\left| x^2 - 3x - \frac{15}{4} \right| = k$  は、 $k = \text{オ}$  のとき3つの異なる実数解をもつ。

[3] 2進法で表された足し算  $111_{(2)} + 1_{(2)}$  の答を10進法で表すと  カ  である。

また、2進法で表された足し算  $10101010_{(2)} + 1010101_{(2)}$  の答を10進法で表すと  キ  ケ  コ  である。

[4] 48552 と 70805 の最大公約数は  サ  シ  セ  である。

[5] 次の文の空欄  ソ  ,  タ  に当てはまるものとして最も適切なものを下の選択肢㉑~㉔の中から1つずつ選び解答欄にマークせよ。

$\log_{10} 9 = \frac{\text{ソ} + \text{タ} + 1}{2}$  となる。ただし、 $\text{ソ} < \text{タ}$  である。

ソ  ,  タ  の選択肢

㉑  $\log_{10} 1.8$

㉒  $\log_{10} 2.7$

㉓  $\log_{10} 3.6$

㉔  $\log_{10} 4.5$



2 次の各問の  に適する答を解答欄にマークせよ。

座標平面上で、 $x$ 座標、 $y$ 座標の値がともに整数である点を格子点という。

以下、それぞれの領域における格子点の個数を求めたい。ただし、 $k$ は自然数とする。

(1) 座標平面上で、3つの不等式  $y \geq 0$ ,  $y \leq 3x$ ,  $x \leq k$  によって表される領域を領域  $A$  とする。

$k = 3$  のとき、領域  $A$  内の格子点の個数は  アイ  である。

$k \geq 1$  のときの領域  $A$  内の格子点の個数を  $a_k$  と表す。

$0 \leq n \leq k$  を満たす整数  $n$  を考えると、 $x$ 座標が  $n$  である格子点は  ウ   $n +$   エ  個あることから、

$$a_k = \sum_{n=0}^k ( \text{ウ} n + \text{エ} ) = \frac{\text{オ}}{\text{カ}} k^2 + \frac{\text{キ}}{\text{ク}} k + \text{ケ}$$

である。

(2) 座標平面上で、3つの不等式  $y \geq -3x$ ,  $y \leq 3x$ ,  $x \leq k$  によって表される領域を領域  $B$  とする。

$k = 3$  のとき、領域  $B$  内の格子点の個数は  コサ  である。

$k \geq 1$  のときの領域  $B$  内の格子点の個数を  $b_k$  と表す。

$0 \leq n \leq k$  を満たす整数  $n$  を考えると、 $x$ 座標が  $n$  である格子点は  シ   $n +$   ス  個あることから、

$$b_k = \sum_{n=0}^k ( \text{シ} n + \text{ス} ) = \text{セ} k^2 + \text{ソ} k + \text{タ}$$

である。

(3) 座標平面上で、3つの不等式  $y \geq x$ ,  $y \leq 3x$ ,  $x < k$  によって表される領域を領域  $C$  とする。

$k = 3$  のとき、領域  $C$  内の格子点の個数は  チ  である。

$k = 16$  のとき、領域  $C$  内の格子点の個数は  ツテト  である。



3 次の各問の  に適する答を解答欄にマークせよ。

座標平面上の2つの曲線  $y = \frac{1}{2}x^2$ ,  $y = \frac{1}{2}x^2 - 2x$  をそれぞれ  $F_1$ ,  $F_2$  とする。

また、2つの曲線  $F_1$ ,  $F_2$  の両方に接する直線を  $l$  とする。

(1) 直線  $l$  の方程式を  $y = ax + \beta$  とおくと、 $a =$   アイ  であり、 $\beta = \frac{\text{ウエ}}{\text{オ}}$  である。

(2) 曲線  $F_1$  と直線  $l$  との共有点の座標は  $\left( \text{カキ} , \frac{\text{ク}}{\text{ケ}} \right)$  となり、

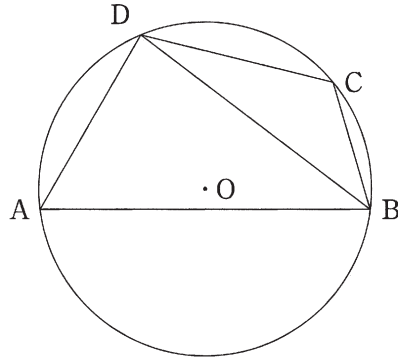
曲線  $F_2$  と直線  $l$  との共有点の座標は  $\left( \text{コ} , \frac{\text{サシ}}{\text{ス}} \right)$  となる。

(3) 2つの曲線  $F_1$ ,  $F_2$  と直線  $l$  で囲まれた部分の面積は  $\frac{\text{セ}}{\text{ソ}}$  となる。



4 次の各問の  に適する答を解答欄にマークせよ。

円  $O$  に内接する四角形  $ABCD$  において、 $AB = 5$ ,  $BC = 2$ ,  $CD = AD$  であるとする。  
 また、線分  $BD$  の長さが  $BD = \sqrt{19}$  であるとする。



円  $O$  の半径と四角形  $ABCD$  の面積を求めたい。  $\theta = \angle BAD$  ( $0^\circ < \theta < 180^\circ$ ) とおく。

(1)  $x = CD = AD$  とおく。

$\triangle ABD$  において余弦定理により、 アイ  $+ x^2 -$   ウエ  $x \cos \theta = 19$  となる。

$\triangle BCD$  において余弦定理により、 オ  $+ x^2 -$   カ  $x \cos (180^\circ - \theta) = 19$  となる。

これより、 $x =$   キ  $,$   $\theta =$   クケ  $^\circ$  である。

(2) 円  $O$  の半径を  $R$  とおく。

$\triangle ABD$  において正弦定理により、 $2R = \frac{\sqrt{\text{コサ}}}{\sin \theta}$  となる。

これより、 $R = \frac{\sqrt{\text{シス}}}{\text{セ}}$  である。

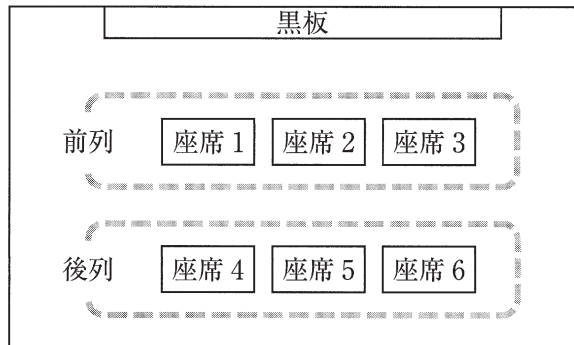
(3) 四角形  $ABCD$  の面積は  $\frac{\text{ソタ} \sqrt{\text{チ}}}{\text{ツ}}$  である。





5 次の各問の  に適する答を解答欄にマークせよ。

6名の学生 A, B, C, D, E, F を6つの座席に配置することを考える。座席は、以下の図のように前列と後列に3つずつあるとする。前列には、左から順に座席1と座席2と座席3が並んでおり、後列には、左から順に座席4と座席5と座席6が並んでいる。なお、1つの座席に2名以上を配置することはできないとする。



- (1) 6名の学生 A, B, C, D, E, F を6つの座席へ配置する方法は全部で  アイウ 通りある。
- (2) 6名の学生 A, B, C, D, E, F を6つの座席へ配置するとき、  
学生 A が前列になるように配置する方法は全部で  エオカ 通りある。
- (3) 6名の学生 A, B, C, D, E, F を6つの座席へ配置するとき、  
2名の学生 A, B のうち1名以上が前列になるように配置する方法は全部で  キクケ 通りある。
- (4) 6名の学生 A, B, C, D, E, F を6つの座席へ配置するとき、  
4名の学生 A, B, C, D のうち2名以上が前列になるように配置する方法は全部で  コサシ 通りある。



6 次の各問の  に適する答を解答欄にマークせよ。

次の表は、あるクラスの5名の生徒 A, B, C, D, E に対して行った英語と数学の試験の得点である。

	A	B	C	D	E
英語	15	50	40	70	75
数学	40	15	50	75	70

- (1) 英語の得点の中央値は  アイ  であり、数学の得点の中央値は  ウエ  である。
- (2) 英語の得点の分散は  オカキ  であり、数学の得点の分散は  クケコ  である。
- (3) 英語と数学の得点の共分散(英語の得点の偏差と数学の得点の偏差との積の平均)は  サシス  である。

- (4) 英語と数学の得点の相関係数は  $\frac{\text{セソ}}{\text{タチ}}$  である。

- (5) 各生徒について、以下のような得点調整を行った。

得点調整：「英語の得点のみを2倍にし、数学の得点はそのままにする。」

- 得点調整後の英語と数学の得点の相関係数は  $\frac{\text{ツテ}}{\text{トナ}}$  である。

# 解答上の注意

1. 問題の文中の  ,  ,  などの  には、特に指示がない限り、数字 (0~9)、アルファベット (a~d) または負の符号 (-) が入る。ア、イ、ウ、…… の一つ一つは、これらのいずれか一つに対応する。それらを解答用紙のア、イ、ウ、…… で示された解答欄にマークせよ。

[例1]  に  $-86$  と答えたいとき

ア	<input checked="" type="radio"/>	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	a	b	c	d
イ	<input type="radio"/>	0	1	2	3	4	5	6	7	<input checked="" type="radio"/>	9	a	b	c	d
ウ	<input type="radio"/>	0	1	2	3	4	5	<input checked="" type="radio"/>	7	8	9	a	b	c	d

[例2]  -  に  $9 - a$  と答えたいとき

エ	<input type="radio"/>	0	1	2	3	4	5	6	7	8	<input checked="" type="radio"/>	a	b	c	d
オ	<input type="radio"/>	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	<input checked="" type="radio"/>	b	c	d

2. 分数形で解答するときは、既約分数 (それ以上約分できない分数) で答えよ。符号は分子に付け、分母に付けた形では答えないこと。

[例3]  $\frac{\text{カキ}}{\text{ク}}$  に  $-\frac{2}{7}$  と答えたいときは、 $\frac{-2}{7}$  として

カ	<input checked="" type="radio"/>	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	a	b	c	d
キ	<input type="radio"/>	0	1	<input checked="" type="radio"/>	3	4	5	6	7	8	9	a	b	c	d
ク	<input type="radio"/>	0	1	2	3	4	5	6	<input checked="" type="radio"/>	8	9	a	b	c	d

3. 根号を含む形で解答する場合は、根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えよ。

例えば、 $4\sqrt{2}$ 、 $\frac{\sqrt{13}}{2}$  と答えるところを、 $2\sqrt{8}$ 、 $\frac{\sqrt{52}}{4}$  のように答えないこと。