解答上の注意

1．　問題の文中の $\boxed{\text{　ア　}}$ ，$\boxed{\text{イウ}}$ ，$\boxed{\text{エオカ}}$ などの $\boxed{\text{　　　}}$ には，特に指示がない限り，数字（0～9），アルファベット（a～d）または負の符号（－）が入る。ア，イ，ウ，…… の一つ一つは，これらのいずれか一つに対応する。それらを解答用紙のア，イ，ウ，…… で示された解答欄にマークせよ。

［例1］ $\boxed{\text{アイウ}}$ に－86と答えたいとき

ア	●	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	a	b	c	d
イ	⊖	0	1	2	3	4	5	6	7	●	9	a	b	c	d
ウ	⊖	0	1	2	3	4	5	●	7	8	9	a	b	c	d

［例2］ $\boxed{\text{　エ　}}$ － $\boxed{\text{　オ　}}$ に $9-a$ と答えたいとき

エ	⊖	0	1	2	3	4	5	6	7	8	●	a	b	c	d
オ	⊖	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	●	b	c	d

2．　分数で解答するときは，既約分数（それ以上約分できない分数）で答えよ。符号は分子に付け，分母に付けた形では答えないこと。

［例3］ $\dfrac{\boxed{\text{カキ}}}{\boxed{\text{　ク　}}}$ に $-\dfrac{2}{7}$ と答えたいときは，$\dfrac{-2}{7}$ として

カ	●	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	a	b	c	d
キ	⊖	0	1	●	3	4	5	6	7	8	9	a	b	c	d
ク	⊖	0	1	2	3	4	5	6	●	8	9	a	b	c	d

3．　根号を含む形で解答する場合は，根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えよ。

例えば，$4\sqrt{2}$，$\dfrac{\sqrt{13}}{2}$ と答えるところを，$2\sqrt{8}$，$\dfrac{\sqrt{52}}{4}$ のように答えないこと。

1 次の各問の $\boxed{}$ に適する答を解答欄にマークせよ。

[1] 1から10までの番号をつけた10枚のカードから同時に4枚を取り出すとき，番号の和が偶数となる確率は $\dfrac{\boxed{アイ}}{\boxed{ウエ}}$ である。

[2] $a = 2 + \sqrt{3}i$ とすると，a は方程式 $x^2 - \boxed{オ}x + \boxed{カ} = 0$ の解の1つとなり，$a^3 + 5a^2 + 8a + 6 = \boxed{キク} + \boxed{ケコ}\sqrt{\boxed{サ}}\,i$ である。ただし，i は虚数単位とする。

[3] $\left(a + \dfrac{b}{2} + 3c\right)^8$ の展開式において，$a^3b^3c^2$ の項の係数は $\boxed{シスセ}$ である。

[4] $11x - 5y = 3$ を満たす整数 x，y の組で，$0 \leqq x + y \leqq 200$ となる $(x,\ y)$ の個数は $\boxed{ソタ}$ 個であり，その中で x が最大のものは $x = \boxed{チツ}$ であり，そのときの y は $\boxed{テトナ}$ である。

[5] 4個の値からなるデータ4，3，7，6に2個の値を追加する。追加後のデータは追加前のデータと比べると，平均値は変わらなかったが，分散は4.5だけ増加した。追加された2個の値は，$\boxed{ニ}$ と $\boxed{ヌ}$ である。ただし，$\boxed{ニ} < \boxed{ヌ}$ とする。

2 次の各問の $\boxed{}$ に適する答を解答欄にマークせよ。

[1] 正十二角形の12個の頂点のうち，異なる3点を結んで三角形を作るとき，直角三角形は $\boxed{\text{アイ}}$ 個作ることができる。

[2] △ABCの3つの内角∠A，∠B，∠Cの大きさを，それぞれA，B，Cとするとき，$\dfrac{\sin A}{\sin B}=\dfrac{3}{4}$ かつ $\dfrac{\sin B}{\sin C}=\dfrac{8}{7}$ が成り立つとする。この三角形の最も大きい角の大きさをθとするとき，$\cos\theta=\dfrac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}$ である。

[3] $\sin 105^\circ=\dfrac{\sqrt{\boxed{\text{オ}}}+\sqrt{\boxed{\text{カ}}}}{\boxed{\text{キ}}}$ である。ただし，$\sqrt{\boxed{\text{オ}}}>\sqrt{\boxed{\text{カ}}}$ とする。

$\mathrm{BC}=8$，$\angle \mathrm{B}=45^\circ$，$\angle \mathrm{C}=105^\circ$ である△ABCの面積は $\boxed{\text{クケ}}+\boxed{\text{コサ}}\sqrt{\boxed{\text{シ}}}$ である。

[4] 整式 $3x^3+ax^2+29x+13$ を整式 x^2+3x+b で割ると，商は $cx+d$，余りは $-x-12$ になる。このとき，定数a，b，c，dの値は $a=\boxed{\text{スセ}}$，$b=\boxed{\text{ソ}}$，$c=\boxed{\text{タ}}$，$d=\boxed{\text{チ}}$ である。

[5] 42^{20} は $\boxed{\text{ツテ}}$ 桁の数である。ただし，$\log_{10}2=0.3010$，$\log_{10}3=0.4771$，$\log_{10}7=0.8451$ とする。

$\boxed{3}$ 次の各問の $\boxed{}$ に適する答を解答欄にマークせよ。

［1］ $a_1 = 1$, $a_{n+1} = 2a_n + 4n - 4$ ($n = 1, 2, 3, \cdots\cdots$) で定められる数列 $\{a_n\}$ がある。

(1) $b_n = a_{n+1} - a_n$ ($n = 1, 2, 3, \cdots\cdots$) とすると，$b_{n+1}$ は

$$b_{n+1} = \boxed{\text{ア}}\, b_n + \boxed{\text{イ}}$$

と表される。

(2) 数列 $\{b_n\}$ の一般項は，

$$b_n = \boxed{\text{ウ}} \cdot \boxed{\text{エ}}^{\,n-1} - \boxed{\text{オ}}$$

となる。

(3) 数列 $\{a_n\}$ の一般項は，

$$a_n = \boxed{\text{カ}} \cdot \boxed{\text{キ}}^{\,n-1} - \boxed{\text{ク}}\, n$$

となる。

（$\boxed{3}$ は次ページに続く。）

[2]　次の各問においてxは実数とする。また，実数全体の集合をUとし，Uの任意の部分集合Sに対して，Uに関するSの補集合を$\overline{S}$で表す。

(1)　不等式 $5 > \dfrac{|x-2|}{2} + 3$ を満たすxの値全体からなる集合Aは

$$A = \left\{ x \,\middle|\, \boxed{\text{ケコ}} < x < \boxed{\text{サ}} \right\}$$

と表される。

(2)　不等式 $9 \cdot 3^{x} + 8 \cdot 3^{\frac{x}{2}} - 1 > 0$ を満たすxの値全体からなる集合Bは

$$B = \left\{ x \,\middle|\, \boxed{\text{シス}} < x \right\}$$

と表される。

(3)　不等式 $\log_{0.5}(x+2) > \log_{2}(2x+2)$ を満たすxの値全体からなる集合Cは

$$C = \left\{ x \,\middle|\, \boxed{\text{セソ}} < x < \dfrac{\boxed{\text{タチ}} + \sqrt{\boxed{\text{ツ}}}}{\boxed{\text{テ}}} \right\}$$

と表される。

(4)　$\overline{A} \cap B$ は

$$\left\{ x \,\middle|\, \boxed{\text{トナ}} < x \leqq \boxed{\text{ニヌ}},\ \ \boxed{\text{ネ}} \leqq x \right\}$$

と表される。

(5)　$\overline{B \cup C}$ は

$$\left\{ x \,\middle|\, x \leqq \boxed{\text{ノハ}} \right\}$$

と表される。

4 次の各問の $\boxed{}$ に適する答を解答欄にマークせよ。

座標平面において，曲線 $y=x^2$ 上の点 $\mathrm{P}(t,\ t^2)$ を考える。ただし $0<t<1$ とする。

(1) 直線 $x=0$，直線 $y=1$，点Pを通り y 軸に平行な直線，点Pを通り x 軸に平行な直線で囲まれた長方形の面積が最大になるのは $t=\dfrac{\sqrt{\boxed{ア}}}{\boxed{イ}}$ のときであり，そのときの面積は $\dfrac{\boxed{ウ}\sqrt{\boxed{エ}}}{\boxed{オ}}$ である。

(2) 点Pと点 $(0,\ 1)$ の距離が最小になるのは $t=\dfrac{\sqrt{\boxed{カ}}}{\boxed{キ}}$ のときであり，そのときの距離は $\dfrac{\sqrt{\boxed{ク}}}{\boxed{ケ}}$ である。

(3) 直線 $x=1$，直線 $y=0$，および点Pにおける曲線 $y=x^2$ の接線で囲まれた三角形の面積が最大になるのは $t=\dfrac{\boxed{コ}}{\boxed{サ}}$ のときであり，そのときの面積は $\dfrac{\boxed{シ}}{\boxed{スセ}}$ である。

(4) 曲線 $y=x^2$，直線 $y=0$，点Pを通り y 軸に平行な直線で囲まれた図形の面積 S_1 と曲線 $y=x^2$，直線 $y=1$，点Pを通り y 軸に平行な直線で囲まれた図形の面積 S_2 が等しくなるのは，$t=\dfrac{\boxed{ソ}}{\boxed{タ}}$ のときであり，そのとき $S_1=S_2=\dfrac{\boxed{チ}}{\boxed{ツテ}}$ である。

5 次の各問の $\boxed{}$ に適する答を解答欄にマークせよ。

平面上に△ABC があり，実数 t に対して

$$\overrightarrow{PA} + 3\overrightarrow{PB} + 5\overrightarrow{PC} = t\overrightarrow{AB}$$

を満たすように点 P を定めるとする。

(1) $t = \boxed{ア}$ のとき，点 P は直線 AC 上にある。このときの点 P を P_1 とすると，$\overrightarrow{AP_1} = \dfrac{\boxed{イ}}{\boxed{ウ}}\overrightarrow{AC}$ である。

(2) $t = 0$ のときの点 P を P_2 とすると，$\overrightarrow{AP_2} = \dfrac{\boxed{エ}}{\boxed{オ}}\overrightarrow{AB} + \dfrac{\boxed{カ}}{\boxed{キ}}\overrightarrow{AC}$ と表すことができる。

直線 AP_2 と直線 BC の交点を D とおくと，$\overrightarrow{AD} = \dfrac{\boxed{ク}}{\boxed{ケ}}\overrightarrow{AP_2}$ である。

(3) 直線 P_1P_2 と直線 BC の交点を P_3 とおくと，$\overrightarrow{AP_3} = \dfrac{\boxed{コ}}{\boxed{サ}}\overrightarrow{AB} + \dfrac{\boxed{シ}}{\boxed{ス}}\overrightarrow{AC}$ と表すことができる。

点 P が△ABC の内部にあるようなすべての t の値の範囲は $\boxed{セソ} < t < \boxed{タ}$ である。

(4) $\triangle P_2AB$ の面積は△ABC の面積の $\dfrac{\boxed{チ}}{\boxed{ツ}}$ 倍であり，$\triangle P_2CA$ の面積は△ABC の面積の $\dfrac{\boxed{テ}}{\boxed{ト}}$ 倍である。また，四角形 ABP_3P_1 の面積は，△ABC の面積の $\dfrac{\boxed{ナニ}}{\boxed{ヌネ}}$ 倍である。

6 次の各問の $\boxed{}$ に適する答を解答欄にマークせよ。

θ の値の範囲を $0 \leqq \theta < 2\pi$ とする。また

$$f(\theta) = 4\sin^2\theta\cos\theta + 4\sin\theta\cos^2\theta + 6\sin\theta\cos\theta + 2\sin\theta + 2\cos\theta$$

について考える。

(1) $t = \sin\theta + \cos\theta$ とおくと

$$t = \sin\theta + \cos\theta = \sqrt{\boxed{\text{ア}}}\sin\left(\theta + \frac{\pi}{\boxed{\text{イ}}}\right)$$

と変形できる。ただし，$0 < \dfrac{\pi}{\boxed{\text{イ}}} < 2\pi$ とする。したがって t のとりうる値の範囲は

$-\sqrt{\boxed{\text{ウ}}} \leqq t \leqq \sqrt{\boxed{\text{エ}}}$ である。

(2) $t = \sin\theta + \cos\theta$ より

$$\sin\theta\cos\theta = \frac{t^2 - \boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}}$$

である。したがって $f(\theta)$ は t の関数として

$$f(\theta) = \boxed{\text{キ}}\,t^3 + \boxed{\text{ク}}\,t^2 - \boxed{\text{ケ}}$$

と変形される。以降，この式の右辺を

$$g(t) = \boxed{\text{キ}}\,t^3 + \boxed{\text{ク}}\,t^2 - \boxed{\text{ケ}}$$

とおく。

(3) $g(t)$ は $t = \boxed{\text{コ}}$ で最小値 $\boxed{\text{サシ}}$ をとり，そのとき $\theta = \dfrac{\boxed{\text{ス}}}{\boxed{\text{セ}}}\pi$，$\dfrac{\boxed{\text{ソ}}}{\boxed{\text{タ}}}\pi$ である。ただし，$\dfrac{\boxed{\text{ス}}}{\boxed{\text{セ}}} < \dfrac{\boxed{\text{ソ}}}{\boxed{\text{タ}}}$ とする。また，$g(t)$ は $t = \sqrt{\boxed{\text{チ}}}$ で最大値 $\boxed{\text{ツ}} + \boxed{\text{テ}}\sqrt{\boxed{\text{ト}}}$ をとり，そのとき $\theta = \dfrac{\boxed{\text{ナ}}}{\boxed{\text{ニ}}}\pi$ である。

(4) 方程式 $\sin\theta + \cos\theta = -\sqrt{\boxed{\text{ウ}}}$ の異なる解の個数は $\boxed{\text{ヌ}}$ 個であり，方程式 $\sin\theta + \cos\theta = \sqrt{\boxed{\text{エ}}}$ の異なる解の個数は $\boxed{\text{ネ}}$ 個である。

また，$-\sqrt{\boxed{\text{ウ}}} < t < \sqrt{\boxed{\text{エ}}}$ を満たす任意の t に対して方程式 $\sin\theta + \cos\theta = t$ の異なる解の個数は $\boxed{\text{ノ}}$ 個である。

(5) 方程式 $f(\theta) = g(-1)$ の異なる解の個数は $\boxed{\text{ハ}}$ 個であり，方程式 $f(\theta) = g\left(-\sqrt{\boxed{\text{ウ}}}\right)$ の異なる解の個数は $\boxed{\text{ヒ}}$ 個である。