

数 学

第1問 以下の空欄を適宜埋めよ.

(1) $2^a = 7^b = 14^{\frac{3}{5}}$ が成り立つとき, $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}$ である.

(2) $\triangle ABC$ において, $\sin \angle A : \sin \angle B : \sin \angle C = 5 : 6 : 7$ のとき

$\cos \angle A = \frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}$ である.

(3) 周の長さが40メートルで, 縦の長さが横の長さ以上となる長方形の囲いを作る. 囲いの中の面積が51平方メートル以上となるのは, 横の長さが $\boxed{\text{オ}}$ メートル以上, $\boxed{\text{カキ}}$ メートル以下のときである.

- (4) 偏差値とは、データの各値から平均値を引いたものを標準偏差で割り、それを 10 倍して 50 を足した値をいう。データに含まれる平均値と同じ値は偏差値が 50 となり、平均値に標準偏差を足した値の偏差値は 60、 $2 \times$ 標準偏差を足した値については 70 となる。

ある大学の入学試験では、受験生が選択した 2 科目のそれぞれについて科目内における得点の偏差値を求め、2 つの科目の偏差値の和を大きい順に並べた順位が定員に達するまで合格にする方法で判定を行っている。この入学試験について、以下の各文章が正しい場合は①を、正しくない場合は②を解答せよ。なお、各科目のテストは 100 点満点である。

i) 選択肢 1 を正解としていた数学の問題において、合否判定後に選択肢 2 も正解であることが判明した。この問題は選択肢 1 と 2 のいずれも正解として判定しなおした場合、合否判定が変わることがありえる：.

ii) 合否判定後に、全員が不正解であった数学の問題を全員正解として判定しなおした場合、合否判定が変わることがありえる：.

iii) 数学の最高点が 50 点以下であったため、数学のみ全員の得点を 2 倍にした場合、得点の平均値と標準偏差が 2 倍になるため、偏差値も変わる：.

iv) A 君が英語、国語、数学のこれまで出題された問題を解いたところ、英語が 80 点、国語が 70 点、数学が 60 点であった。A 君が実際の入試でも同じ得点が取れるとすると、この 3 科目の中では英語と国語の組み合わせで受験すれば、他の組み合わせで受験した場合よりも偏差値の和がかならず高くなる：.

第2問 以下の空欄を適宜埋めよ.

(1) 2つのテレビゲーム A, B に関するアンケート調査をしたところ, 以下のよう
な回答結果であった.

- 回答者は, 男性 12 人, 女性 16 人であった.
- A で遊んだことがある男性と女性合わせて 20 人であった.
- B で遊んだことがある男性と女性合わせて 16 人であった.
- A と B のどちらでも遊んだことのない女性は 3 人であった.
- A と B の両方とも遊んだことがある男性と女性合わせて 12 人であ
った.
- A と B の両方とも遊んだことがある男性は 3 人であった.
- B のみ遊んだことがある男性は 2 人であった.

以上の回答結果から, B のみで遊んだことのある女性は 人, A のみで
遊んだことがある男性は 人, A でも B でも遊んだことがない男性は
 人である.

(2) a を正の定数とする. $\int_a^x f(t)dt = x^3 - x^2 - 9x + a^2$ を満たすのは,

$$f(x) = \text{ } x^2 - \text{ } x - \text{ }, \quad a = \text{ } \text{ のときである.}$$

(3) 実数 a, b が $a+b=12, a>0, b>0$ の範囲で変化するとき, xy 平面上で
直線 $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ と 2つの座標軸で囲まれた領域の面積の最大値は
である.

(4) 半径 3 の円 C の内部に半径が互いに等しい 3 つの円がある. この 3 つの各
円は, 互いに他の 2 つの円と接し, かつ C とも接している. C の内部にある
円の半径は $\sqrt{\text{ }}$ - である.

第3問 以下の空欄を適宜埋めよ.

- (1) 8進法で表すと5桁になる自然数を2進法で表したとき, 桁数は最小で

アイ 桁, 最大で ウエ 桁となる.

- (2) a, b を定数とする. 2次方程式 $x^2+ax+b=0$ の2つの解からそれぞれ1を引いた数の和と積を解にもつ2次方程式が $x^2+bx+a=0$ であった. このとき

$$a = \frac{-\text{オ} \pm \sqrt{\text{カキ}}}{\text{ク}}, \quad b = \frac{\text{ケ}}{\text{コ}} \text{ である.}$$

- (3) 1から9までの数字がひとつずつ書かれた9枚のカードから5枚のカードを同時に取り出す. このとき, 次のように得点を定める.

- 取り出した5枚のカードの中に3と書かれたカードがない場合は, 得点を0点とする.
- 取り出した5枚のカードの中に3と書かれたカードがある場合は, 書かれている数の小さい順に5枚のカードを並べ, 3と書かれたカードが小さい方から k 番目にあるとき, 得点を k 点とする.

i) 得点が0点となる確率は $\frac{\text{サ}}{\text{シ}}$ である.

ii) 得点が2点となる確率は $\frac{\text{スセ}}{\text{ソタ}}$ である.