

数 学

第1問 以下の空欄を適宜埋めよ.

(1) $0.\dot{6}0\dot{6} \div 0.0\dot{6} = \boxed{\text{ア}}.\boxed{\text{イウエ}}$

(2) 大中小3個のさいころを同時に投げるとき, 出る目の和が6になる確率は

$\frac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カキク}}}$ であり, 出る目の積が6の倍数になる確率は $\frac{\boxed{\text{ケコサ}}}{\boxed{\text{シスセ}}}$ である.

(3) $\triangle ABC$ において, $BC=15$, $AC=13$, $\sin \angle A = \frac{12}{13}$ であり, $\cos \angle A > 0$ で

あるとき, $\sin \angle B = \frac{\boxed{\text{ソ}}}{\boxed{\text{タ}}}$, $AB = \boxed{\text{チツ}}$ である.

(4) 6個の値からなるデータ A と, 4個の値からなるデータ B がある. データの値はすべて整数であり, A の平均値は5, 分散は8, B の平均値は6, 分散は2である. このとき, A と B を合わせたデータの平均値は $\boxed{\text{テ}}.\boxed{\text{ト}}$, 分散は $\boxed{\text{ナ}}.\boxed{\text{ニヌ}}$ である. また, データ B を構成する値を小さい順に並べると, $\boxed{\text{ネ}}, \boxed{\text{ノ}}, \boxed{\text{ハ}}, \boxed{\text{ヒ}}$ となる.

第2問 以下の空欄を適宜埋めよ.

(1) $1 < x < 2$ とする. $f(x) = \int_1^2 |t^2 - xt| dt$ とすると,

$$f(x) = \frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}} x^3 - \frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}} x + \boxed{\text{オ}} \text{ である.}$$

(2) a, b を自然数とする. 整数 N を 4 進数で表すと $ab_{(4)}$ という 2 桁の数となり, 7 進数で表すと $b2_{(7)}$ という 2 桁の数となる. このとき, $a = \boxed{\text{カ}}$, $b = \boxed{\text{キ}}$ であり, N を 3 進数で表すと $\boxed{\text{クケコ}}_{(3)}$ である. ただし, $ab, b2$ は, 積ではなく数字の並びを表す.

(3) 関数 $f(x) = -x^2 - 8tx + 12t + 3$ を考える.

i) $f(x)$ の最大値を $m(t)$ とすると, $m(t)$ が最小となるのは $t = -\frac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シ}}}$

のときであり, そのとき $m(t) = \frac{\boxed{\text{ス}}}{\boxed{\text{セ}}}$ である.

ii) $0 \leq x \leq 2, t \geq 0$ とすると, $f(x)$ の最小値は $-\boxed{\text{ソ}}t - \boxed{\text{タ}}$, 最大値は $\boxed{\text{チツ}}t + \boxed{\text{テ}}$ である.

第3問 以下の空欄を適宜埋めよ.

- (1) くじ L を引くと $\frac{1}{2}$, 1 , 2 のいずれかの値が得られるとする. L を 8 回続けて引いたとき, 得られた 8 つの値の積が 32 となるような値の並び方は,
アイウ 通りである.

- (2) 直角三角形において直角を挟む 2 つの辺の長さの和が 16 であるとき, この直角三角形に外接する円の面積が最も小さくなるときの円の半径は
エ $\sqrt{\text{オ}}$ である.

- (3) s, t が任意の実数をとるとき, 軌跡が円周となるものは, 以下の選択肢のうちで カ, キ, ク (順不同) である. ただし, 分母が 0 になる場合は除外する.

選択肢	
① $(\sin t, \cos t)$	② $(\cos s, \sin t)$
③ $(\sin(-t), \cos t)$	④ $(\cos(\sin t), \sin(\sin t))$
⑤ $\left(\frac{2t}{1+t^2}, \frac{1-t^2}{1+t^2}\right)$	⑥ $\left(\frac{s}{\sqrt{s^2+t^2}}, \frac{t}{\sqrt{s^2+t^2}}\right)$

- (4) k を定数として, 次の 2 つの 2 次方程式を考える.

$$2x^2 + kx + k^2 + \frac{9}{4}k + 1 = 0,$$

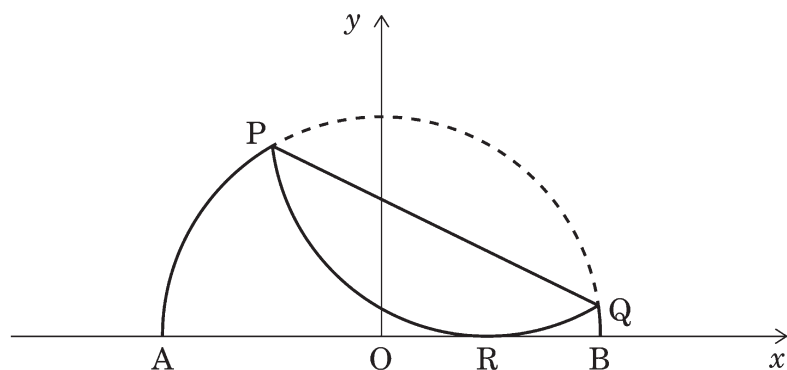
$$-x^2 + (2k+2)x + 2k + 2 = 0.$$

これらのうち, 一方が異なる 2 つの実数解をもち, 他方が虚数解をもつとき,

k の値の範囲は, $k < -\text{ケ}$, $-\text{コ} < k < -\text{サ}$, $-\frac{\text{シ}}{\text{ス}} < k$

である.

第4問 以下の図のような $A(-1, 0)$, $B(1, 0)$ を直径とする半円がある. この半円上の弧 PQ を弦 PQ で折り返し, 折り返した弧が AB に接するようにする. 折り返された弧 PQ と AB の接点を R とする. 以下の空欄を適宜埋めよ.



(1) R は $(0, 0)$ とする.

弦 PQ 上に任意の点 S をとる. このとき, $\triangle ABS$ の面積は $\frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}$ であり, $AS \times BS$ の最小値は $\boxed{\text{ウ}}$ である.

(2) R は $(t, 0)$ とする.

i) 2点 P , Q を通る直線の方程式は, $y = -tx + \frac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オ}}}t^2 + \frac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キ}}}$ である.

ii) 弦 PQ 上に点 S を 2つの直線 PQ と OS が直交するようにとる. このとき,

線分 OS の長さは $\frac{\sqrt{t^2 + \boxed{\text{ク}}}}{\boxed{\text{ケ}}}$ である. また, $\triangle OPQ$ の面積は

$\frac{\sqrt{-t^4 + \boxed{\text{コ}}t^2 + \boxed{\text{サ}}}}{\boxed{\text{シ}}}$ であり, その最大値は $\frac{\boxed{\text{ス}}}{\boxed{\text{セ}}}$ である.