

数 学

第1問 以下の空欄を適宜埋めよ.

(1) 先生4人と生徒4人が縦に1列に並ぶときを考える. このとき, 先頭と最後が先生となる並び方は アイウエ 通りである. また, 先生と生徒が交互になる並び方は オカキク 通りである.

(2) p を定数とする. 関数 $f(x) = (x^2 + 3)(x + 2p)$ が常に単調に増加するための必要十分条件は, $-\frac{\text{ケ}}{\text{コ}} \leq p \leq \frac{\text{サ}}{\text{シ}}$ である.

(3) 円に内接する四角形 $ABCD$ がある. $AB = 5$, $BC = 4$, $CD = 10$, $DA = 7$ であるとき, 対角線 AC の長さは $\sqrt{\text{スセ}}$, 四角形 $ABCD$ の面積は ソタ である.

(4) i を虚数単位, p, q を正の整数とする. $\frac{p+4i}{3+qi}$ が実数となるような p, q の値の組み合わせは チ 通りである.

第2問 以下の空欄を適宜埋めよ.

- (1) 積が 3528, 最小公倍数が 252 である 2 つの正の整数の組は

(アイ, ウエオ) と (カキ, クケコ) である. ただし,

アイ < カキ とする.

- (2) 下の表は, それぞれが 6 つの値からなるデータ A , B , C , D , E を示している. 解答をデータの選択によって行うときは, 以下の選択肢に示した番号を用いよ. いずれのデータも平均値は 5 である.

A	B	C	D	E
1	1	1	1	3
2	1	4	3	3
3	5	5	4	4
7	7	5	5	5
8	8	7	8	7
9	8	8	9	8

- i) このデータの中で, 標準偏差が 2 番目に大きいものはデータ サ である.

- ii) 標準偏差が大きい順にデータを並べた場合と四分位偏差が大きい順にデータを並べた場合, 順番が一致するものはデータ シ であり, その順番は ス 番目である.

選択肢									
①	A	②	B	③	C	④	D	⑤	E

(3) xy 平面において、以下の集合が表す領域を考える.

$$A = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 \leq 1\},$$

$$B = \{(x, y) \mid |x| + |y| \leq 1\},$$

$$C = \left\{ (x, y) \mid \left| \frac{|x| + |y|}{2} + \frac{|x| - |y|}{2} \right| \leq 1 \right\}.$$

また, $r > 0$ として, xy 平面上の領域 S を原点を中心として r 倍に拡大した図形 $\{(rx, ry) \mid (x, y) \in S\}$ を $r \cdot S$ と表す.

i) B の 2 点 P, Q に対し, 線分 PQ の長さの最大値は セ である. また,

C の 2 点 U, V に対し, 線分 UV の長さの最大値は ソ $\sqrt{\text{タ}}$ である.

ii) $r \cdot A \supset C$ となる r の最小値は $\sqrt{\text{チ}}$ である.

iii) $r \cdot B \supset C$ となる r の最小値は ツ である.

第3問 以下の空欄を適宜埋めよ.

- (1) $\triangle ABC$ の3辺の長さの積は480であり, 外接円の半径と内接円の半径の積は10である. このとき, 3辺の長さの和は アイ である.

- (2) $x \geq 4$, $y \geq 2$, $xy = 64$ を満たす実数 x , y を考える. $(\log_2 x)(\log_2 y^2)$ は,

$(x, y) = (\text{ウ}, \text{エ})$ のとき最大値 オカ をとり,

$(x, y) = (\text{キク}, \text{ケ})$ のとき最小値 コサ をとる.

- (3) 実数を要素とする2つの集合を,

$$A = \{1, 5, x^2 - x - 2\}, B = \{2, x + 1, x^2 + x - 6, x^3 - x^2 + x - 1\}$$

とする. $A \cap B = \{0, 5\}$ となるのは $x = \text{シ}$ のときであり, そのとき

$$A \cup B = \{0, 1, 2, 5, \text{ス}\} \text{ である.}$$

- (4) x, y を実数とする. $\sin x - \cos y = \frac{1 + \sqrt{2}}{2}$, $\cos x - \sin y = \frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{2}$ のとき,

$$\sin(x + y) = \frac{\sqrt{\text{セ}} - \sqrt{\text{ソ}}}{\text{タ}} \text{ である.}$$