数　　学

第 1 問　以下の空欄を適宜埋めよ．

(1)　θ は鋭角とする．$\sin\theta = \dfrac{1}{4}$ のとき，$\cos\theta = \dfrac{\sqrt{\boxed{\text{アイ}}}}{\boxed{\text{ウ}}}$，

$\tan\theta = \dfrac{\sqrt{\boxed{\text{エオ}}}}{\boxed{\text{カキ}}}$ である．

(2)　直角を挟む 2 辺の長さの和が 12 で，斜辺の長さを l とした直角三角形がある．面積が 10 以上，16 以下のとき，斜辺の長さは，

$\boxed{\text{ク}}\sqrt{\boxed{\text{ケ}}} \leqq l \leqq \boxed{\text{コ}}\sqrt{\boxed{\text{サシ}}}$ の範囲である．

(3)　不等式 $|5x+3| < 14$ を満たす整数 x の個数は $\boxed{\text{ス}}$ である．

第2問　以下の空欄を適宜埋めよ．

(1)　1から15までの整数の中から異なる4個の数を選び，それらの和が奇数となる選び方は，$\boxed{\text{アイウ}}$ 通りである．

(2)　$a^2+b^2=c^2$ となる自然数 a，b，c のうち，a，b が互いに素で $a<b$ となるものを考える．$a=11$ である場合，$a^2=c^2-b^2=(c-b)(c+b)$ であることを利用すると $b=\boxed{\text{エオ}}$，$c=\boxed{\text{カキ}}$ である．

また，$a=33$ である場合は，$(b,\ c)=\left(\boxed{\text{クケ}},\ \boxed{\text{コサ}}\right)$，$\left(\boxed{\text{シスセ}},\ \boxed{\text{ソタチ}}\right)$ である．

(3)　一辺の長さが4の正三角形ABCを底面とする四面体OABCがある．Oから正三角形ABCに下ろした垂線をOPとする．OA＝OB＝OC＝a であり，$a\geqq 3$ とするとき，$\mathrm{OP}=\sqrt{a^2-\dfrac{\boxed{\text{ツテ}}}{\boxed{\text{ト}}}}$ である．

第 3 問　以下の空欄を適宜埋めよ.

(1)　m を定数とする．２次方程式 $x^2+2x+m+2=0$ が異なる符号の２つの解をもつ条件は，$m<-\boxed{\text{ア}}$ である.

(2)　$3x+2y-z=4$，$2x+y-3z=3$ を満たす全ての実数 x，y，z に対して，$px^2+qy^2+rz^2=18$ が成立する．このとき，定数 p，q，r はそれぞれ，$p=\boxed{\text{イ}}$，$q=-\boxed{\text{ウエ}}$，$r=\boxed{\text{オカキ}}$ である.

(3)　$0\leqq\theta<2\pi$ のとき，不等式 $\sin\left(\theta+\dfrac{\pi}{4}\right)\geqq\dfrac{1}{2}$ の解は，

$$0\leqq\theta\leqq\frac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケコ}}}\pi,\quad \frac{\boxed{\text{サシ}}}{\boxed{\text{スセ}}}\pi\leqq\theta<2\pi$$ である.

(4)　$1\leqq x\leqq 3$ の と き，関 数 $y=(\log_3 x)^2+4\log_{\frac{1}{9}}x+\log_3 27$ は $x=\boxed{\text{ソ}}$ のとき最大値 $\boxed{\text{タ}}$，$x=\boxed{\text{チ}}$ のとき最小値 $\boxed{\text{ツ}}$ となる.

(5)　a を定数とする．x，y が４つの不等式 $x\geqq 0$，$y\geqq 0$，$x+3y\leqq 15$，$4x+5y\leqq 32$ を満たすとき，$ax+y$ が点(3，4)で最大値をとる条件は，

$$\frac{\boxed{\text{テ}}}{\boxed{\text{ト}}}\leqq a\leqq\frac{\boxed{\text{ナ}}}{\boxed{\text{ニ}}}$$ である.