数　　　学

第 1 問　以下の空欄を適宜埋めよ.

(1)　$2x^2+xy-6y^2-5x+11y-3$

$$=\left(x+\boxed{\text{ア}}\,y-\boxed{\text{イ}}\right)\left(\boxed{\text{ウ}}\,x-\boxed{\text{エ}}\,y+\boxed{\text{オ}}\right).$$

(2)　$3x+8y=1$，$x>-8$，$y>-8$ を満たす整数 x，y の組は $\boxed{\text{カ}}$ 通りある.

(3)　△ABC において，辺 BC 上に BP：PC＝1：2 となるように点 P をとり，∠APB，∠APC の二等分線が辺 AB，AC と交わる点をそれぞれ D，E とする.
△ADE の面積が△ABC の面積の $\dfrac{1}{10}$ であるとき，$\mathrm{AP}=\dfrac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}}\mathrm{BC}$ である.

(4)　さいころを同時に 2 つ投げたとき，出た目の和が 4 の倍数になる確率は $\dfrac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}}$ である.

6 (44－32)

第２問　以下の空欄を適宜埋めよ．

(1)　変量 x の大きさ５のデータ

34，26，30，38，32

の平均値は 32，分散は 16 である．このとき新しい変量 $y = -3x + 20$ の平均値は $-$ $\boxed{\text{アイ}}$，標準偏差は $\boxed{\text{ウエ}}$ である．

(2)　放物線 $y = x^2 - 4ax + 4a^2 + 4a + 4$ とその頂点Ｐについて考える．a がすべての実数値をとって変化するとき，点Ｐの軌跡は，直線 $y = \boxed{\text{オ}}\,x + \boxed{\text{カ}}$ である．

(3)　$x > -\dfrac{1}{2}$ とする．$x + \dfrac{50}{2x+1}$ は $x = \dfrac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}}$ のとき最小値 $\dfrac{\boxed{\text{ケコ}}}{\boxed{\text{サ}}}$ をとる．

(4)　$25^{\log_5 4} = \boxed{\text{シス}}$．

第３問　以下の空欄を適宜埋めよ．

(1)　i を虚数単位とし，x を正の実数とする．

ｉ）$(2x-i)^3=\boxed{\text{ア}}x^3-\boxed{\text{イウ}}x^2i-\boxed{\text{エ}}x+i.$

ii）$(2x-i)^3$ の虚部が $\dfrac{2}{3}$ となるのは $x=\dfrac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}}$ のときであり，このとき実部は $-\dfrac{\boxed{\text{キク}}}{\boxed{\text{ケコ}}}$ である．

(2)　$0\leqq\theta<2\pi$ とする．関数 $y=2\sin\theta\cos\theta-2\sin\theta+2\cos\theta$ の最小値を考える．

ｉ）$t=\sin\theta-\cos\theta$ とおくと $y=-t^2-\boxed{\text{サ}}t+\boxed{\text{シ}}$ となり，定義域は $-\sqrt{\boxed{\text{ス}}}\leqq t\leqq\sqrt{\boxed{\text{セ}}}$ となる．

ii）関数 $y=2\sin\theta\cos\theta-2\sin\theta+2\cos\theta$ は $\theta=\dfrac{\boxed{\text{ソ}}}{\boxed{\text{タ}}}\pi$ で最小値 $-\boxed{\text{チ}}-\boxed{\text{ツ}}\sqrt{\boxed{\text{テ}}}$ をとる．

第4問 曲線 $C : y=x^2+ax+b$ とする．ここで a，b は定数である．曲線 C 上の点 $\mathrm{P}(0,\ b)$ における接線を l とする．定数 q，r を $q<0<r$ として，直線 l 上の x 座標が q，r となる点をそれぞれ Q，R とする．

点 Q から引いた曲線 C の接線のうち，直線 l と異なるものを直線 m とし，その接点を点 T とする．同様に点 R から引いた曲線 C の接線のうち，直線 l と異なるものを直線 n とし，接点を U とする．

曲線 C と線分 TU で囲まれた部分の面積を S_1，曲線 C と 2 直線 l，m で囲まれた部分の面積を S_2，曲線 C と 2 直線 l，n で囲まれた部分の面積を S_3 とする．また，$d=r-q$ とする．

(1) 点 T の x 座標を t とすると $t=\boxed{\text{ア}}\,q$ である．

(2) $S_1=\dfrac{\boxed{\text{イ}}}{\boxed{\text{ウ}}}d^3$ であり，$S_2+S_3=\dfrac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オ}}}(r^3-q^3)$ である．

(3) d を一定に保ちながら q が $-d<q<0$ の範囲で動くとき，$\dfrac{S_2+S_3}{S_1}$ が最小となるのは $q=-\dfrac{d}{\boxed{\text{カ}}}$ となるときで，最小値は $\dfrac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}}$ となる．