2025年度 総合型選抜（AO入試） 1期

数 学

1 解答

$$(\text{与式})=\frac{a^2}{-a}+\frac{b^2}{-b}+\frac{c^2}{-c}$$
$$=-a+(-b)+(-c)$$
$$=-(a+b+c)$$
$$=0 \quad \cdots\cdots(\text{答})$$

2 解答

$\dfrac{4}{\sqrt{5}-1}$ の分母を有理化して

$$\frac{4}{\sqrt{5}-1}\times\frac{\sqrt{5}+1}{\sqrt{5}+1}=\frac{4(\sqrt{5}+1)}{5-1}=\sqrt{5}+1$$

$2=\sqrt{4}<\sqrt{5}<\sqrt{9}=3$ より，$3<\sqrt{5}+1<4$ であるから，$\sqrt{5}+1$ の整数部分 a は $a=3$，小数部分 b は $b=\sqrt{5}+1-3=\sqrt{5}-2$ である。

よって，求める $b-a$ の値は

$$b-a=\sqrt{5}-2-3=\sqrt{5}-5 \quad \cdots\cdots(\text{答})$$

3 解答

与えられた2次方程式が重解をもつ条件は，判別式を D とすると，$D=0$ であるから

$$\frac{D}{4}=(a+1)^2-1\cdot(a^3+1)$$

$=-a^3+a^2+2a=0$

$-a(a^2-a-2)=0 \qquad -a(a-2)(a+1)=0$

$a=0,\ 2,\ -1$ ……(答)

4 解答

AP：PQ：QB$=(1-2t):t:t$ $\left(0<t<\dfrac{1}{2}\right)$とおく。

△ABC の高さを h とすると，台形 PQSR の高さは th，PR∥QS∥BC より

$$\mathrm{QS}=(1-t)\mathrm{BC},\ \mathrm{PR}=(1-2t)\mathrm{BC}$$

と表せるから，台形 PQSR の面積 T_1 は

$$T_1=\frac{1}{2}\{(1-t)\mathrm{BC}+(1-2t)\mathrm{BC}\}\cdot th \quad \left(0<t<\frac{1}{2}\right)$$

$$=\frac{1}{2}\mathrm{BC}\cdot h(-3t^2+2t)$$

$$=\frac{1}{2}\mathrm{BC}\cdot h\left\{-3\left(t-\frac{1}{3}\right)^2+\frac{1}{3}\right\}$$

したがって，$t=\dfrac{1}{3}$ のとき，台形 PQSR の面積は最大値 $\dfrac{1}{6}\mathrm{BC}\cdot h$ をとる。

また，△ABC の面積 T_2 は

$$T_2=\frac{1}{2}\mathrm{BC}\cdot h$$

よって，求める比は

$$T_1:T_2=\frac{1}{6}\mathrm{BC}\cdot h:\frac{1}{2}\mathrm{BC}\cdot h=1:3 \quad \text{……(答)}$$

5 解答

3 個とも良品である事象の余事象の確率を求めればよい。

8 個の製品から 3 個取り出す方法は，${}_8C_3$ 通り，良品 5 個から 3 個取り出す方法は，${}_5C_3$ 通りであるから，3 個とも良品である確率は

$$\frac{{}_5C_3}{{}_8C_3}=\frac{5}{28}$$

よって，求める確率は

$$1-\frac{5}{28}=\frac{23}{28} \quad \cdots\cdots(答)$$

6 解答

整式 $P(x)$ を $(x-1)(x-2)(x-3)$ で割ると，余りは 2 次以下の整式，または 0 であるから，余りは ax^2+bx+c と表せる。

商を $Q(x)$ とすると，$P(x)$ は

$$P(x)=(x-1)(x-2)(x-3)Q(x)+ax^2+bx+c$$

と表せる。

$P(1)=3$，$P(2)=7$，$P(3)=13$ より

$$P(1)=a+b+c=3$$

$$P(2)=4a+2b+c=7$$

$$P(3)=9a+3b+c=13$$

これらを連立させて解くと　$a=b=c=1$

よって，求める余りは　x^2+x+1　……(答)

7 解答

$$\begin{aligned}(与式)&=\log_2 3\times\frac{\log_2 7}{\log_2 3}\times\frac{\log_2 8}{\log_2 7}\\&=\log_2 8\\&=3 \quad \cdots\cdots(答)\end{aligned}$$

8 解答

$$\begin{aligned}(与式)&=1+(1-\sin^2\theta)+(1-\sin^2\theta)^2\\&=1+\sin\theta+\sin^2\theta \quad (\because \ 1-\sin^2\theta=\sin\theta)\\&=1+1\end{aligned}$$

$=2$ ……(答)

9 解答

$f(x)=ax^3-3ax^2+b$ より

$$f'(x)=3ax^2-6ax$$
$$=3ax(x-2)$$

$f'(x)=0$ $(1\leqq x\leqq 3)$ を満たす x の値は　$x=2$

$1\leqq x\leqq 3$ で増減表をつくると

x	1	…	2	…	3
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$	$f(1)$	↗	$f(2)$	↘	$f(3)$

増減表より，$x=2$ のとき　最大値 $f(2)=-4a+b=8$ ……①

また

$$f(1)-f(3)=-2a+b-b=-2a>0 \quad (\because \ a<0)$$

より，$f(1)>f(3)$ であるから

$x=3$ のとき　最小値 $f(3)=b=-4$ ……②

①，②より　$a=-3$ ($a<0$ を満たす)，$b=-4$ ……(答)

10 解答

等差数列 $\{a_n\}$ の初項を a，公差を d とすると

$$a_{10}=a+9d=-20$$
$$a_{20}=a+19d=-50$$

連立させて解くと　$a=7$，$d=-3$

したがって，一般項 a_n は

$$a_n=7+(n-1)\cdot(-3)=-3n+10$$

第 n 項が -110 であるとすると

$$-3n+10=-110$$
$$n=40$$

よって，-110 は第 40 項である。 ……(答)