

# 数 学

解答上の注意

- ・分数形で解答する場合、それ以上約分できない形で答えなさい。例えば、 $\frac{2}{3}$ と答えるところを、 $\frac{4}{6}$ と答えてはいけません。
- ・根号を含む形で解答する場合、根号の中にあられる自然数が最小となる形で答えなさい。例えば、 $4\sqrt{2}$ とするところを、 $2\sqrt{8}$ のように答えてはいけません。
- ・なお、必要な場合は  $\log_{10}2 = 0.301$ ,  $\log_{10}3 = 0.477$ ,  $\log_{10}5 = 0.699$  として計算せよ。

I 以下の各問の答を解答欄の記号で指定された枠内に記入せよ。

- (1) 以下の  ,  に当てはまる整数を求めよ。

$0 < a < 10$ ,  $0 < b < 10$  において、不等式  $\sqrt{11} < \frac{b}{a} < \sqrt{13}$  が成立する

とき、 $a$ ,  $b$  とも整数ならば、 $a =$   ,  $b =$   となる。

- (2) 以下の  ,  に当てはまる実数を求めよ。

$(a - 3x)(x - 1) - (1 - x)(x + 2) = (x - 1)(13 - 2x)$  ならば

$a =$   である。ただし、 $x \neq 1$  とする。

$2\log_{10}100 - \log_{10}\left(\frac{b}{b}\right) + \log_{10}\sqrt{\sqrt{b}} = 5$  ならば  $b =$   である。

- (3) 以下の  ,  に当てはまる実数を求めよ。

等式  $x + \frac{1}{x} = 4$  は、0 でない相異なる実数解  $a$ ,  $b$  を持つ。このとき

$\frac{4}{a} + \frac{4}{b} =$   ,  $\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} =$   となる。

- (4) 以下の  に論理式,  に条件式を書け。

A の否定は「 $\bar{A}$ 」, A かつ B は「 $A \cap B$ 」, A または B は「 $A \cup B$ 」と表記する。

条件 P, Q で, 「 $\overline{P \cap Q}$ 」は  $\cup$  記号を用いると  と同等である。

P が「 $x < -10$ 」で, Q が「 $x \geq 10$ 」なら, 「 $\overline{P \cup Q}$ 」は  となる。

- (5) 以下の  ,  に当てはまる整数を求めよ。

良好な環境で 1 日(24 時間)1.5 倍に増殖する(増える)細菌(以降「細菌 A」  
と呼ぶ)がある。分析のため細菌 A が「100 グラム」必要となった。

増殖(培養)開始日に細菌 A を「1 グラム」良好な環境の培養庫に入れた。  
毎日培養庫に入れたのと同じ時刻に, 増殖量の確認を実施する。細菌 A  
が「100 グラム以上」になるのは  日後の確認時である。

もし, 開始日に細菌 A を「5 グラム」良好な環境の培養庫に入れたなら  
ば,  日後の確認時に「100 グラム以上」になる。

ただし,  $\log_{10}2 = 0.301$ ,  $\log_{10}3 = 0.477$ ,  $\log_{10}5 = 0.699$  とする。

## II 以下の各問に答えよ。なお, 求めた答えは, 導出過程も含めて解答用紙に記せ。

- (1) 次の連立方程式の解を求めよ。

$$\begin{cases} x + y = 4 \\ y + z = 10 \\ z + x = 8 \end{cases}$$

- (2) 次の方程式の解を求めよ。

$$(\log_2 x)^2 - \log_2 x = 6$$

- (3)  $f(x) = -x^3 + 3x^2 + 2$  で  $-1 \leq x \leq 3$  のとき,  $f(x)$  の最大値と最小値を求めよ。その際の  $x$  も求めよ。

Ⅲ 以下の各問に答えよ。なお、求めた答えは、導出過程も含めて解答用紙に記せ。

- (1) ある商品Aを1個作るのに、素材 i は1グラム、素材 ii は2グラム使う。いま、素材 i は最大4グラム、素材 ii は最大6グラムあるとする。商品Aを  $x$  個つくる(0個以上)。この商品Aは1個50円で必ず売れるとする。ある商品Aの売上の合計が最大となる個数はいくつになるか。またそのときの売上の合計は何円になるか。式で整理しながら答えなさい。
- (2) ある商品Bを1個作るのに、素材 i は1グラム、素材 ii は2グラム使う。別の商品Cを1個作るのに素材 i は3グラム、素材 ii は1グラム使う。いま、素材 i は最大10グラム、素材 ii は最大5グラムあるとする。商品Bと商品Cをそれぞれ  $y$  個、 $z$  個つくる(いずれも0個以上)。商品Bは50円、商品Cは100円で必ず売れるとする。売上の合計が最大となる商品Bと商品Cの個数はそれぞれいくつになるか。またそのときの売上の合計は何円になるか。式や図などで整理しながら答えなさい。

Ⅳ 以下の各問に答えよ。なお、求めた答えは、導出過程も含めて解答用紙に記せ。

下記の表はAからDの4つの店舗における、ある期間のある商品の売上個数  $y$  と広告回数(チラシなど) $x$  を調査した結果である。

	A	B	C	D
売上個数 $y$	655	650	635	640
広告回数 $x$	7	6	5	6

$x$  と  $y$  のそれぞれの平均と分散を求めなさい。また  $x$  と  $y$  の相関係数を求め、売上個数と広告回数がどのような関係にあるのか記述しなさい。相関係数は小数で記述し、必要であれば小数第3位を四捨五入しなさい。ただし、 $\sqrt{5} = 2.236$  として答えよ。

V 以下の各問に答えよ。なお、求めた答えは、導出過程も含めて解答用紙に記せ。

2つの数列がある。ここで、 $n$  は自然数(1以上の整数)とする。

[A] 数列  $\{a_n\}$  は、次の関係式を満たす。

$$a_{n+1} = a_n + 50, a_1 = 50$$

[B] 数列  $\{b_n\}$  は、次の関係式を満たす。

$$b_{n+1} = 2b_n, b_1 = 1$$

- (1)  $n = 5$  のとき、 $a_5$ ,  $b_5$  の値をそれぞれ求めよ。
- (2)  $a_{m-1} > b_{m-1}$  かつ  $a_m < b_m$  となる自然数  $m$  を求めよ。
- (3) 第  $k$  項が  $a_k < b_k$  を満たすのであるならば、必ず  $a_{k+1} < b_{k+1}$  となることを示せ。

**VI** 以下の各問に答えよ。なお、求めた答えは、導出過程も含めて解答用紙に記せ。

0 から 10 までの整数を出す、2 種類のゲームを考えた。それぞれのゲームは、次の内容となる。

[C] 大きさがすべて異なる 4 種類のコインを用意する。大きい順に「4」「3」「2」「1」と数字を割り振る。整数を出す操作は、4 枚のコインを同時に振り、表が出たすべてのコインの割り振られた数字を合計する。したがって、どのコインも裏が出た場合は合計に加えられないことになる。

(注) どのコインも表と裏の出る確率は等しい。

[D] 2 つのサイコロを用意する。整数を出す操作は、2 つのサイコロを同時に振り、出た目の数を合計してから、必ず 2 を引く。

(注) どちらのサイコロも 1～6 の目の出る確率は等しい。

- (1) 出る整数が 10 となる確率を、ゲーム[C]と[D]でそれぞれ求めよ。
- (2) 出る整数が 8 となる確率を、ゲーム[C]と[D]でそれぞれ求めよ。
- (3) 出る整数が 6 以上の場合に景品がもらえるとしたとき、ゲーム[C]と[D]ではどちらの方が景品をもらえる確率は大きいか(または差はないか)を、2 つのゲームでの確率を算出し比較して示せ。