数　　　学

次の問題ⅠからⅥの解答を解答用紙にマークしなさい。

解答上の注意

・分数形で解答する場合，それ以上約分できない形で答えなさい。例えば，$\dfrac{2}{3}$ と答えるところを，$\dfrac{4}{6}$ と答えてはいけません。

・根号を含む形で解答する場合，根号の中に表れる自然数が最小となる形で答えなさい。例えば，$4\sqrt{2}$ とするところを，$2\sqrt{8}$ のように答えてはいけません。

Ⅰ　次の問いに答えよ。

(1)　等式 $|2x-7|=5$ を満たす x の値は $\boxed{\text{ア}}$ と $\boxed{\text{イ}}$ である。
ただし，$\boxed{\text{ア}} \leqq \boxed{\text{イ}}$ である。

(2)　円 $x^2+y^2-2x-4y+1=0$ の中心座標は $\left(\boxed{\text{ウ}},\ \boxed{\text{エ}}\right)$，
半径は $\boxed{\text{オ}}$ である。

(3)　集合 A，B について，$A \cup B = A$ は $A \cap B = B$ であるための $\boxed{\text{カ}}$ 。
$\boxed{\text{カ}}$ にあてはまるものを次の⓪〜③から選べ。

⓪　必要十分条件である

①　必要条件であるが，十分条件でない

②　十分条件であるが，必要条件でない

③　必要条件でも，十分条件でもない

Ⅱ　方程式 $\log_2 x + 2\log_x 2 - 3 = 0$ の解は $x = \boxed{\text{ア}}$，$\boxed{\text{イ}}$ である。
ただし，$\boxed{\text{ア}} \leqq \boxed{\text{イ}}$ である。

Ⅲ カードの裏に数字がそれぞれ，1，1，2，2，3，4と書かれた6枚のカードが1セットで構成されたものが何セットか用意されている。

(1) 2セットのカードからそれぞれ1枚ずつ引いたとき，

カードの数字の合計が3になる確率は $\dfrac{\boxed{ア}}{\boxed{イ}}$ である。

(2) 2セットのカードからそれぞれ1枚ずつ引いたとき，

同じ数字のカードを引く確率は $\dfrac{\boxed{ウ}}{\boxed{エオ}}$ である。

(3) 3セットのカードからそれぞれ1枚ずつ引いたとき，

カードの数字の合計が4になる確率は $\dfrac{\boxed{カ}}{\boxed{キ}}$ である。

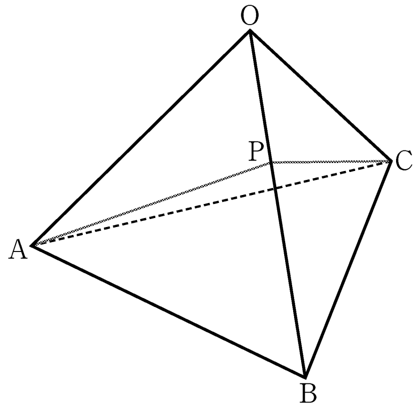
Ⅳ 次の式を計算せよ。ここで $i=\sqrt{-1}$ である。

(1) $\dfrac{1}{\dfrac{1}{\sqrt{2}}+\dfrac{1}{\sqrt{2}}i}=\dfrac{\sqrt{\boxed{ア}}-\sqrt{\boxed{イ}}\,i}{\boxed{ウ}}$

(2) $\left(\dfrac{1}{\sqrt{2}}+\dfrac{1}{\sqrt{2}}i\right)^{-2}=\boxed{エ}-\boxed{オ}\,i$

(3) $\left(\dfrac{1}{\sqrt{2}}+\dfrac{1}{\sqrt{2}}i\right)^{-8}=\boxed{カ}+\boxed{キ}\,i$

V　OA ＝ OB ＝ OC ＝ 2，∠AOB ＝ ∠BOC ＝ ∠COA ＝ 45° を満たす四面体 OABC について，次の問いに答えよ。

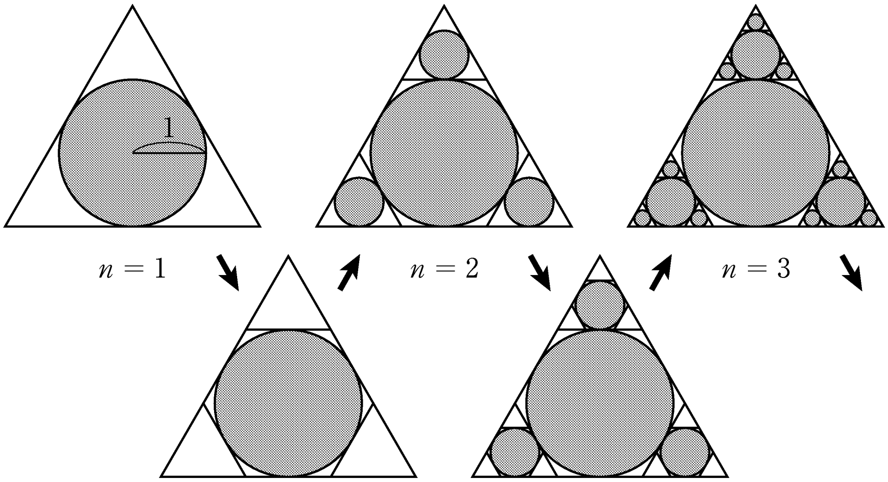


(1)　辺 OB 上に点 P をとるとき，AP ＋ PC の長さの最小値は

$\boxed{\text{ア}}\sqrt{\boxed{\text{イ}}}$ となる。

(2)　(1)のとき，OP：PB ＝ 1：$\left(\sqrt{\boxed{\text{ウ}}}-\boxed{\text{エ}}\right)$ となる。

VI　正三角形に内接する半径1の円がある($n=1$)。図のように，正三角形の頂点を1個共有し，円に接する正三角形を3個つくる。これら3個の正三角形について，それぞれ内接する円を追加する($n=2$)。次に，これら3個の正三角形について，正三角形の頂点を1個共有し，追加された円に内接する正三角形をそれぞれ3個ずつつくる。さらに，これらの正三角形に内接する円を追加する($n=3$)。同様に正三角形と内接する円の追加を繰り返す。



(1)　半径1の円の面積を $a_1=\pi$ とする。追加された3つの円の面積の和を a_2 とすると，$a_2=\dfrac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}\pi$ である。

(2)　n 回目の操作で追加される円の面積の和を a_n とすると，

$$a_n=\frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}^{\,n-1}}\pi$$

である。

(3)　n 回目の操作までに追加されたすべての円の面積の和を

$$S_n=\sum_{k=1}^{n}a_k$$

とすると，

$$S_n=\frac{\boxed{\text{オ}}\,\pi\left(\boxed{\text{カ}}-\boxed{\text{キ}}^{\,-n}\right)}{\boxed{\text{ク}}}$$

である。