

数 学

(解答番号 ～)

解答上の注意

1. 問題の文中の , , などには、選択肢で示された数字 (0～9) または解答群の一つが入ります。 , , ……にあてはまる数字、記号、解答群の番号を、解答番号に対応した解答欄にマークして答えなさい。
2. 分数形で解答する場合は、既約分数(それ以上約分できない分数)で答えなさい。例えば、 $\frac{3}{4}$ と答えるところを、 $\frac{6}{8}$ と答えてはいけません。
3. 根号を含む形で解答する場合は、根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えなさい。例えば、 $4\sqrt{2}$, $\frac{\sqrt{13}}{2}$, $\frac{3+2\sqrt{2}}{2}$ と答えるところを、 $2\sqrt{8}$, $\frac{\sqrt{52}}{4}$, $\frac{6+4\sqrt{2}}{4}$ のように答えてはいけません。

〔 I 〕 次の文章の空欄にあてはまるものを選択肢の中から選びなさい。ただし、同じものを繰り返し選んでもよい。解答番号は ～ 。(20点)

(1) $x = \frac{1}{3-\sqrt{7}}$, $y = \frac{1}{3+\sqrt{7}}$ のとき、

$$x + y = \text{ }$$

$$(x - 3y)(3x - y) = \text{ } \text{ }$$

である。

また、 x の整数部分は であり、小数部分は $\frac{\sqrt{7} - \text{ } }{\text{ }}$ である。

選択肢

- | | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|
| ① 1 | ② 2 | ③ 3 | ④ 4 | ⑤ 5 |
| ⑥ 6 | ⑦ 7 | ⑧ 8 | ⑨ 9 | ⑩ 0 |

(2) 自然数 a, b に関する条件 p, q, r を次のように定める。

$p : a$ は 4 の倍数である。

$q : a + b$ は偶数である。

$r : a$ は 4 の倍数であり、かつ b は偶数である。

また、条件 q の否定を $\bar{q}$ 、条件 r の否定を $\bar{r}$ で表す。このとき、次の

7 ～ 9 にあてはまるものを解答群の中から選びなさい。ただし、同じものを繰り返し選んでもよい。

q は r であるための 7。

$\bar{q}$ は $\bar{r}$ であるための 8。

「 p かつ q 」は r であるための 9。

7 ～ 9 の解答群

- ① 必要十分条件である
- ② 必要条件であるが、十分条件ではない
- ③ 十分条件であるが、必要条件ではない
- ④ 必要条件でも、十分条件でもない

数 学

〔Ⅱ〕 2次関数 $f(x) = 2x^2 + 4x - 7$ がある。

次の文章の空欄にあてはまるものを選択肢の中から選びなさい。ただし、同じものを繰り返し選んでもよい。解答番号は 10 ～ 22。(20点)

(1) $-4 \leq x \leq 3$ における $f(x)$ の最大値は 10 11 , 最小値は $-\text{12}$ である。

(2) $y = f(x)$ のグラフと x 軸の2つの交点を P, Q とするとき, 線分 PQ の長さは 13 $\sqrt{\text{14}}$ である。

(3) $y = f(x)$ のグラフを x 軸方向に a , y 軸方向に $a + 2$ だけ平行移動して得られるグラフの方程式を $y = g(x)$ とすると,

$$g(x) = 2 \left(x + \text{15} - a \right)^2 + a - \text{16}$$

と表される。ただし, a を定数とする。

ここで, $g(0) > 0$ となるような a の値の範囲は,

$$a < -\text{17}, \quad \frac{\text{18}}{\text{19}} < a$$

である。

また, $y = g(x)$ のグラフが x 軸の正の部分と2点で交わるような a の値

の範囲は, $\frac{\text{20}}{\text{21}} < a < \text{22}$ である。

選択肢

- | | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|
| ① 1 | ② 2 | ③ 3 | ④ 4 | ⑤ 5 |
| ⑥ 6 | ⑦ 7 | ⑧ 8 | ⑨ 9 | ⑩ 0 |

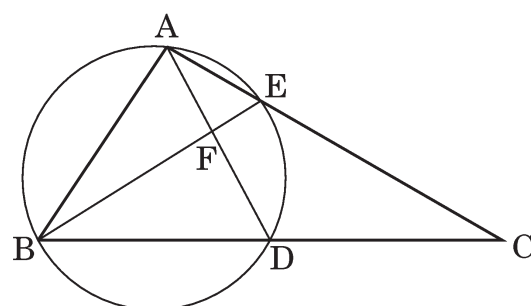
- 〔Ⅲ〕 $\triangle ABC$ において、 $AB = 3$ 、 $BC = 6$ 、 $CA = 5$ であり、辺 BC の中点を D とする。

次の文章の空欄にあてはまるものを選択肢の中から選びなさい。ただし、同じものを繰り返し選んでもよい。解答番号は 23 ～ 33。(20点)

(1) $\cos \angle ABC = \frac{\text{23}}{\text{24}}$ であり、 $AD = \text{25}\sqrt{\text{26}}$ である。

- (2) 3 点 A 、 B 、 D を通る円と辺 AC の交点のうち、 A でない方の点を E とすると、

$AE = \frac{\text{27}}{\text{28}}$ である。



さらに、線分 AD と BE の交点を F とするとき、

$\frac{AF}{FD} = \frac{\text{29}}{\text{30}}$

である。

したがって、 $\triangle ABF$ と $\triangle ABC$ の面積の比は、

$(\triangle ABF \text{ の面積}) : (\triangle ABC \text{ の面積}) = \text{31} : \text{32 33}$

である。

選択肢

- | | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|
| ① 1 | ② 2 | ③ 3 | ④ 4 | ⑤ 5 |
| ⑥ 6 | ⑦ 7 | ⑧ 8 | ⑨ 9 | ⑩ 0 |

数 学

〔Ⅳ〕 $0 \leq \theta \leq \pi$ を定義域とする関数 $f(\theta) = 6\cos^2\theta + 8\sin\theta\cos\theta$ を考える。

次の文章の空欄にあてはまるものを選択肢の中から選びなさい。ただし、同じものを繰り返し選んでもよい。解答番号は 34 ～ 43。(20点)

$f(\theta)$ を $\sin 2\theta$, $\cos 2\theta$ を用いて表すと,

$$f(\theta) = \text{34} \sin 2\theta + \text{35} \cos 2\theta + \text{36}$$

となる。これをさらに変形すると,

$$f(\theta) = \text{37} \sin(2\theta + \alpha) + \text{36}$$

と表すことができる。ただし, α は,

$$\cos \alpha = \frac{\text{38}}{\text{39}}, \quad 0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$$

を満たす角である。

したがって, $f(\theta)$ の最大値は 40 である。

また, $f(\theta)$ が最大となるときの θ に対して,

$$\cos \theta = \frac{\text{41} \sqrt{\text{42}}}{\text{43}}$$

が成り立つ。

選択肢

- | | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|
| ① 1 | ② 2 | ③ 3 | ④ 4 | ⑤ 5 |
| ⑥ 6 | ⑦ 7 | ⑧ 8 | ⑨ 9 | ⑩ 0 |

〔V〕 関数 $f(x) = x^3 - 2x^2 + x + 5$ があり、座標平面上で曲線 $y = f(x)$ を C とする。

次の文章の空欄にあてはまるものを選択肢の中から選びなさい。ただし、同じものを繰り返し選んでもよい。解答番号は 44 ～ 53。(20点)

(1) $f(x)$ の極小値は 44 である。

(2) 方程式 $f(x) = 0$ の異なる実数解は全部で 45 個ある。

(3) C の接線のうち、傾きが5であるものは2本存在し、それらの接点の

x 座標は 46 , $-\frac{\text{47}}{\text{48}}$ である。

接点の x 座標が 46 である方の接線を ℓ とすると、 ℓ の方程式は $y = \text{49}x - \text{50}$ である。

また、 C の $x \geq 0$ の部分と接線 ℓ 、および y 軸で囲まれた図形の面積は

$\frac{\text{51}\text{52}}{\text{53}}$ である。

選択肢

- | | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|
| ① 1 | ② 2 | ③ 3 | ④ 4 | ⑤ 5 |
| ⑥ 6 | ⑦ 7 | ⑧ 8 | ⑨ 9 | ⑩ 0 |