

数 学

(解答番号 ～)

解答上の注意

1. 問題の文中の , , などには、選択肢で示された数字 (0～9) または解答群の一つが入ります。 , , ……にあてはまる数字、記号、解答群の番号を、解答番号に対応した解答欄にマークして答えなさい。
2. 分数形で解答する場合は、既約分数(それ以上約分できない分数)で答えなさい。例えば、 $\frac{3}{4}$ と答えるところを、 $\frac{6}{8}$ と答えてはいけません。
3. 根号を含む形で解答する場合は、根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えなさい。例えば、 $4\sqrt{2}$, $\frac{\sqrt{13}}{2}$, $\frac{3+2\sqrt{2}}{2}$ と答えるところを、 $2\sqrt{8}$, $\frac{\sqrt{52}}{4}$, $\frac{6+4\sqrt{2}}{4}$ のように答えてはいけません。

〔 I 〕 $\triangle ABC$ において、 $AB = 2$, $AC = 3$, $\angle BAC = 120^\circ$ である。また、 $\angle BAC$ の二等分線と辺 BC の交点を D とする。

次の文章の空欄にあてはまるものを選択肢の中から選びなさい。ただし、同じものを繰り返し選んでもよい。解答番号は ～ 。(20点)

(1) $BC = \sqrt{\text{ }}$ である。また、 $\triangle ABC$ の外接円の半径は

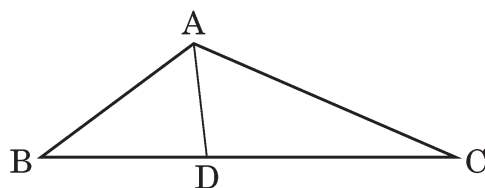
$\frac{\sqrt{\text{ }}}{\text{}}$ である。

- (2) $AD = x$ とすると, $\triangle ABC$ の面積は,

$$\frac{\boxed{6}\sqrt{\boxed{7}}}{\boxed{8}}x$$

と表される。

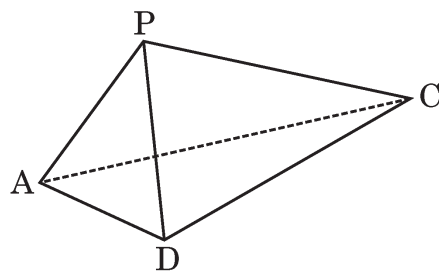
よって, $x = \frac{\boxed{9}}{\boxed{10}}$ である。



- (3) $\triangle ABC$ を右の図のように線分 AD で折り曲げて, 頂点 B が移った点を P とし, 四面体 $PADC$ をつくる。

この四面体 $PADC$ の体積が最大となるとき, 点 P と面 ADC の距離は

$\sqrt{\boxed{11}}$ であり, 四面体 $PADC$ の体積の最大値は $\frac{\boxed{12}}{\boxed{13}\boxed{14}}$ である。



選択肢

- | | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|
| ① 1 | ② 2 | ③ 3 | ④ 4 | ⑤ 5 |
| ⑥ 6 | ⑦ 7 | ⑧ 8 | ⑨ 9 | ⑩ 0 |

数 学

〔Ⅱ〕 1 から 9 までの整数が 1 つずつ書かれた 9 枚のカードがある。この中から 3 枚のカードを同時に取り出すことを考える。

次の文章の空欄にあてはまるものを選択肢の中から選びなさい。ただし、同じものを繰り返し選んでもよい。解答番号は 15 ～ 28。(20点)

(1) 取り出した 3 枚のカードを 1 列に並べ、3 桁^{けた}の整数をつくる。

このとき、5 の倍数は全部で 15 16 個できる。

また、750 より大きい整数は全部で 17 18 19 個できる。

(2) 取り出した 3 枚のカードに書かれた数を小さい方から順に a , b , c とする。

(i) $b = 4$ である確率は $\frac{\text{20}}{\text{21 22}}$ である。

(ii) $b = \frac{a+c}{2}$ となる確率は $\frac{\text{23}}{\text{24 25}}$ である。

(iii) $a = 2$ のとき、 $c = 8$ である条件付き確率は $\frac{\text{26}}{\text{27 28}}$ である。

選択肢

- | | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|
| ① 1 | ② 2 | ③ 3 | ④ 4 | ⑤ 5 |
| ⑥ 6 | ⑦ 7 | ⑧ 8 | ⑨ 9 | ⑩ 0 |

〔Ⅲ〕 x の多項式 $f(x)$ を, $f(x) = x^3 - 5x^2 + 13x - 14$ とする。また, i を虚数単位とする。

次の文章の空欄にあてはまるものを選択肢の中から選びなさい。ただし, 同じものを繰り返し選んでもよい。解答番号は 29 ～ 40。(20点)

(1) $x = 1 + 2i$ のときの $f(x)$ の値を求める。

まず, $x = 1 + 2i$ を解にもつ 2 次方程式を 1 つつくと,

$$x^2 - \text{29}x + \text{30} = 0$$

である。

$f(x)$ を $x^2 - \text{29}x + \text{30}$ で割ると,

$$\text{商は } x - \text{31}, \text{ 余りは } \text{32}x + \text{33}$$

であるから, $x = 1 + 2i$ のときの $f(x)$ の値は 34 + 35 i である。

(2) 方程式 $f(x) = 0$ は整数の解 $x = \text{36}$ をもつ。これ以外の 2 つの解を α, β とすると,

$$\alpha + \beta = \text{37}, \alpha\beta = \text{38}$$

であり, $(\alpha^2 - \alpha + 1)(\beta^2 - \beta + 1) = \text{39}\text{40}$ である。

選択肢

- | | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|
| ① 1 | ② 2 | ③ 3 | ④ 4 | ⑤ 5 |
| ⑥ 6 | ⑦ 7 | ⑧ 8 | ⑨ 9 | ⑩ 0 |

数 学

- 〔Ⅳ〕 次の文章の空欄にあてはまるものを選択肢の中から選びなさい。ただし、同じものを繰り返し選んでもよい。 41 は、解答群の中から選びなさい。解答番号は 41 ～ 52 。（20点）

(1) $a = \frac{1}{\sqrt{3}}$, $b = \sqrt[3]{\frac{1}{9}}$, $c = \sqrt[4]{27}$ とするとき, a , b , c の大小関係は

41 である。また, $\frac{bc}{a} = 3^p$ とすると, $p = \frac{\text{42}}{\text{43 44}}$ である。

41 の解答群

- | | | |
|---------------|---------------|---------------|
| ① $a < b < c$ | ② $a < c < b$ | ③ $b < a < c$ |
| ④ $b < c < a$ | ⑤ $c < a < b$ | ⑥ $c < b < a$ |

(2) $A = 3^{20} \times 5^{10}$ とする。また, $\log_{10} 2 = 0.3010$, $\log_{10} 3 = 0.4771$ とする。 $\log_{10} A$ を計算すると,

$$\log_{10} A = \text{45 46 . 47 48 49}$$

となるから, A は 50 51 けた桁の整数である。

また, $n = \text{45 46}$ として, M を 1 桁の自然数とすると,

不等式 $M \times 10^n < A < (M + 1) \times 10^n$ を満たす M の値は 52 である。

選択肢

- | | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|
| ① 1 | ② 2 | ③ 3 | ④ 4 | ⑤ 5 |
| ⑥ 6 | ⑦ 7 | ⑧ 8 | ⑨ 9 | ⑩ 0 |

〔V〕 座標平面上に円 $C: x^2 + y^2 = 20$ と直線 $\ell: y = -2x$ がある。

次の文章の空欄にあてはまるものを選択肢の中から選びなさい。ただし、同じものを繰り返し選んでもよい。〔58〕は、解答群の中から選びなさい。解答番号は〔53〕～〔61〕。(20点)

(1) 円 C と直線 ℓ の交点のうち、第2象限にある点の座標は

$\left(- \begin{array}{|c|} \hline 53 \\ \hline \end{array} , \begin{array}{|c|} \hline 54 \\ \hline \end{array} \right)$ であり、この点における円 C の接線の方程式は $y = \frac{\begin{array}{|c|} \hline 55 \\ \hline \end{array}}{\begin{array}{|c|} \hline 56 \\ \hline \end{array}} x + \begin{array}{|c|} \hline 57 \\ \hline \end{array}$ である。

(2) 円 C の内部と直線 ℓ の下側部分の共通領域を D とする。ただし、境界線も含むものとする。このとき、 D を表す連立不等式は〔58〕である。

〔58〕の解答群

- | | |
|--|--|
| ① $\begin{cases} x^2 + y^2 \leq 20 \\ 2x + y \geq 0 \end{cases}$ | ② $\begin{cases} x^2 + y^2 \geq 20 \\ 2x + y \leq 0 \end{cases}$ |
| ③ $\begin{cases} x^2 + y^2 \leq 20 \\ 2x + y \leq 0 \end{cases}$ | ④ $\begin{cases} x^2 + y^2 \leq 20 \\ 2x - y \leq 0 \end{cases}$ |

次に、点 (X, Y) は D 内にあるとする。このとき、 $Y - 2X$ の最大値は〔59〕〔60〕，最小値は－〔61〕である。

選択肢

- | | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|
| ① 1 | ② 2 | ③ 3 | ④ 4 | ⑤ 5 |
| ⑥ 6 | ⑦ 7 | ⑧ 8 | ⑨ 9 | ⑩ 0 |