2025年度 看護学部 2月2日実施

数 学

I 解答

(1)**ア.** 1 **イ.** $\dfrac{2\sqrt{35}}{5}$ **ウ.** $\dfrac{18}{5}$

(2)**エ.** $\dfrac{5}{28}$ **オ.** $\dfrac{3}{28}$ **カ.** $\dfrac{11}{28}$

(3)**キ.** 6 **ク.** 6 **ケ.** $\dfrac{416}{81}$

(4)**コ.** $-2<x<\dfrac{3}{2}$ **サ.** $-2<x\leqq 0,\ 3\leqq x<5$ **シ.** $0\leqq a<1,\ 5<a\leqq 6$

II 解答

(1) $f(x)-g(x)=0 \iff x^2-(-x^2-2x+4)=0$

$\iff (x+2)(x-1)=0$

$\therefore\ x=-2,\ 1$ ……(答)

(2) $g(x)=-(x+1)^2+5$

(i) $x\leqq -2$ のとき

$f(x)\geqq g(x)$ より

$M(x)=f(x)=x^2$

(ii) $-2<x<1$ のとき

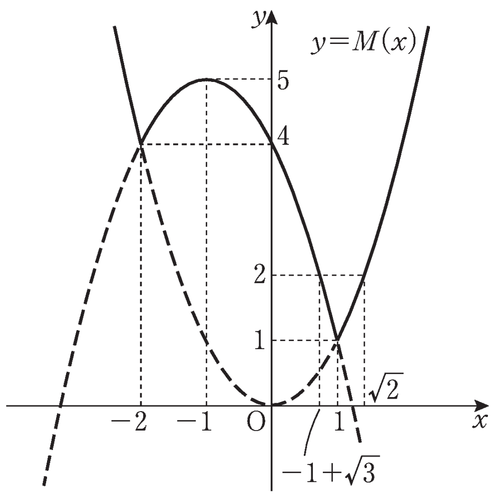
$f(x)<g(x)$ より

$M(x)=g(x)=-x^2-2x+4$

(iii) $1\leqq x$ のとき

$f(x)\geqq g(x)$ より

$M(x)=f(x)=x^2$



以上(i)〜(iii)より，$y=M(x)$ のグラフは図の実線部分となる。ゆえに，$M(x)$ の最小値は

$M(1)=1$ ……(答)

(3) $M(x)=2$ となるのは以下の 2 つの場合である。

(ア) $0<x<1$ において，$g(x)=2$ より

$$-x^2-2x+4=2 \iff x^2+2x-2=0$$

$x>0$ より

$$x=-1+\sqrt{3}$$

(イ) $1<x$ において，$f(x)=2$ より

$$x^2=2$$

$x>0$ より

$$x=\sqrt{2}$$

以上(ア)，(イ)より

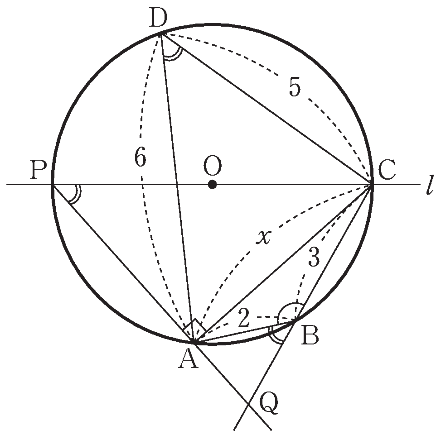
$$x=-1+\sqrt{3},\ \sqrt{2} \quad \text{……(答)}$$

Ⅲ 解答

(1) AC$=x$ として，△ABC，△ACD それぞれについて余弦定理より

$$\begin{cases} x^2=2^2+3^2-2\cdot2\cdot3\cos\angle\mathrm{ABC} \\ x^2=5^2+6^2-2\cdot5\cdot6\cos(180^\circ-\angle\mathrm{ABC}) \end{cases}$$

$$\iff \begin{cases} x^2=13-12\cos\angle\mathrm{ABC} & \text{……①} \\ x^2=61+60\cos\angle\mathrm{ABC} & \text{……②} \end{cases}$$



②−① より

$$0=48+72\cos\angle\mathrm{ABC}$$

$$\therefore\quad \cos\angle\mathrm{ABC}=-\frac{2}{3} \quad \text{……(答)}$$

①より

$$x^2=13-12\cdot\left(-\frac{2}{3}\right)=21$$

$x>0$ より

$$\mathrm{AC}=x=\sqrt{21} \quad \text{……(答)}$$

(2) $0^\circ<\angle\mathrm{ABC}<180^\circ$ より，$\sin\angle\mathrm{ABC}>0$

$$\therefore\quad \sin\angle\mathrm{ABC}=\sqrt{1-\cos^2\angle\mathrm{ABC}}$$

$$=\sqrt{1-\left(-\frac{2}{3}\right)^2}$$

$$=\frac{\sqrt{5}}{3}$$

円 O の半径を R とすると，△ABC について正弦定理より

$$\frac{\mathrm{AC}}{\sin\angle\mathrm{ABC}}=2R$$

$$\therefore\quad R=\frac{\sqrt{21}}{\frac{\sqrt{5}}{3}}\cdot\frac{1}{2}=\frac{3}{2}\sqrt{\frac{21}{5}}$$

よって

$$\mathrm{PC}=2R=3\sqrt{\frac{21}{5}}$$

線分 PC は円 O の直径であるから，$\angle\mathrm{PAC}=90°$ より

$$\mathrm{PA}=\sqrt{\mathrm{PC}^2-\mathrm{AC}^2}=\sqrt{\left(3\sqrt{\frac{21}{5}}\right)^2-(\sqrt{21})^2}$$

$$=2\sqrt{\frac{21}{5}}$$

四角形 ABCP の面積を S とすると

$$S=(\triangle\mathrm{ABC}\text{ の面積})+(\triangle\mathrm{APC}\text{ の面積})$$

$$=\frac{1}{2}\cdot\mathrm{AB}\cdot\mathrm{BC}\sin\angle\mathrm{ABC}+\frac{1}{2}\cdot\mathrm{PA}\cdot\mathrm{AC}$$

$$=\frac{1}{2}\cdot2\cdot3\cdot\frac{\sqrt{5}}{3}+\frac{1}{2}\cdot2\sqrt{\frac{21}{5}}\cdot\sqrt{21}$$

$$=\frac{26\sqrt{5}}{5}\quad\cdots\cdots(\text{答})$$

(3)　四角形 ABCD は円に内接するから

$$\angle\mathrm{ABQ}=\angle\mathrm{CDA}=\angle\mathrm{CPQ}$$

2 角相等より，$\triangle\mathrm{ABQ}\backsim\triangle\mathrm{CPQ}$ であり，その相似比は

$$\mathrm{AB}:\mathrm{CP}=2:3\sqrt{\frac{21}{5}}=2\sqrt{5}:3\sqrt{21}$$

△ABQ の面積を T とすると

$$T:(T+S)=(2\sqrt{5})^2:(3\sqrt{21})^2$$

$$\therefore\quad T:\left(T+\frac{26\sqrt{5}}{5}\right)=20:189\iff189T=20T+104\sqrt{5}$$

よって

$$T=\frac{8\sqrt{5}}{13} \quad \cdots\cdots(答)$$