

数 学

- ① **解答** (1) **ア.** $9-4\sqrt{5}$ **イ.** -18 **ウ.** 1 **エ.** $25-12\sqrt{5}$
 (2) **オ.** $\left(\frac{7}{3}, 1\right)$ **カ.** $\left(1, \frac{3}{2}\right)$ **キ.** 6
 (3) **ク.** $\frac{1}{6}$ **ケ.** $(-1, -2)$ **コ.** 1
 (4) **サ.** $\frac{4}{9}$ **シ.** $\frac{5}{14}$ **ス.** $\frac{7}{12}$
 (5) **セ.** $7n-3$ **ソ.** 11 **タ.** $21n-10$
 (6) **チ.** $2\sqrt{2}$ **ツ.** $\frac{7}{9}$ **テ.** $\frac{2}{9}$ **ト.** $\frac{\sqrt{2}}{4}$

- ② **解答** (1) $t^2 = \sin^2 x + 2\sqrt{3} \sin x \cos x + 3\cos^2 x$ より
 $f(x) = (t-3)t^2 - 9t = t^3 - 3t^2 - 9t$ (これを $g(t)$ とおく)
(答)

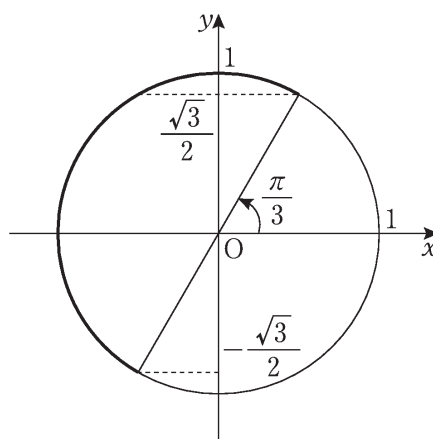
- (2) $t = 2\sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$ となる。

$$0 \leq x \leq \pi \text{ より } \frac{\pi}{3} \leq x + \frac{\pi}{3} \leq \frac{4}{3}\pi \text{ なので}$$

$$-\frac{\sqrt{3}}{2} \leq \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) \leq 1$$

$$\text{よって } -\sqrt{3} \leq t \leq 2 \text{(答)}$$

- (3) (2)で求めた範囲で $g(t)$ の最大値を考える。



$$g'(t) = 3t^2 - 6t - 9 = 3(t-3)(t+1)$$

より、 $g(t)$ の増減表は次のようになる。

t	$-\sqrt{3}$	$\cdots$	-1	$\cdots$	2
$g'(t)$		$+$	0	$-$	
$g(t)$		$\nearrow$		$\searrow$	

よって、最大値は $g(-1) = 5$ ……(答)

(4) $y = g(t)$ と $y = k$ のグラフの交点を考える。

(2)より、 t の変域 $-\sqrt{3} \leq t \leq 2$ に対して、対応する x の個数を調べる。

$$\sqrt{3} \leq t < 2 \text{ つまり } \frac{\sqrt{3}}{2} \leq \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) < 1$$

の範囲について対応する x は 2 個、それ以外の範囲について対応する x は 1 個である。

$$g(-\sqrt{3}) = 6\sqrt{3} - 9, \quad g(\sqrt{3}) = -6\sqrt{3} - 9, \quad g(2) = -22$$

から、求める k の範囲は

$$-22 < k \leq -6\sqrt{3} - 9, \quad 6\sqrt{3} - 9 \leq k < 5 \quad \cdots \cdots (\text{答})$$

