

数 学

受験番号		氏 名	
------	--	-----	--

- 注意事項
1. 数学(一般)の用紙は 3 枚である。3 枚とも解答すること。

2. 3 枚とも受験番号と氏名の記入を忘れないこと。

3. 【2】、【3】は、解答の過程を必ず記すこと。
- この線より上には解答を書かないこと。

- 【1】 次の各文の にあてはまる答を求めよ。
- (1) 2 つの実数 x, y は $x^2 + y^2 \leq 4, x \geq 0$ を満たすとする。このとき、 $3x + 4y - 3$ の最小値は (ア) , 最大値は (イ) である。
また、 $3x^2 + 4xy - 3y^2$ の最大値は (ウ) である。

(2) $0 \leq x \leq 2\pi$ において、曲線 $y = \sin x$ と x 軸で囲まれた 2 つの部分の面積の和は (エ) である。 $0 \leq x \leq 2\pi$ において、曲線 $y = \sin x$ と曲線 $y = \cos x$ で囲まれた部分の面積は (オ) である。また、 $f(x) = \int_x^{x+\frac{\pi}{2}} |\sin t| dt$ とすると、関数 $f(x)$ の最小値は (カ) である。

(3) 座標空間に 4 点 $A(-1, -1, -1), B(2, 0, 1), C(-2, 2, 0), D(1, 0, 5)$ がある。このとき、三角形 ABC の面積は (キ) である。
平面 ABC 上に点 H を直線 DH が平面 ABC と垂直になるようにとると、点 H の座標は (ク) である。また、四面体 $ABCD$ の体積は (ケ) である。

(4) 2052 の正の約数は全部で (コ) 個あり、2052 の正の約数の総和は (サ) である。また、300 以下の正の整数のうち、正の約数の個数が偶数であるものは全部で (シ) 個ある。

解答欄

(1)	(ア)	(イ)	(ウ)
(2)	(エ)	(オ)	(カ)
(3)	(キ)	(ク) (, ,)	(ケ)
(4)	(コ)	(サ)	(シ)

数 学

受験番号		氏 名	
------	--	-----	--

- 注意事項
1. 数学(一般)の用紙は3枚である。3枚とも解答すること。

2. 3枚とも受験番号と氏名の記入を忘れないこと。

3. 【2】、【3】は、解答の過程を必ず記すこと。
- この線より上には解答を書かないこと。

【2】 次の問に答えよ。

(1) 関数 $y = \frac{1}{x}$ の定積分を用いて、 $n \geq 2$ を満たすすべての整数 n に対して $\sum_{k=2}^n \frac{1}{k} < \log n$ が成り立つことを証明せよ。

(2) $f(x) = x + \frac{x}{1+x} - 2 \log(1+x)$ とおく。すべての正の実数 x に対して $f(x) > 0$ が成り立つことを証明せよ。

さらに、すべての正の整数 n に対して $\frac{1}{n} + \frac{1}{n+1} > 2 \log \left(1 + \frac{1}{n} \right)$ が成り立つことを証明せよ。

(3) $n \geq 2$ を満たすすべての整数 n に対して $\sum_{k=1}^n \frac{1}{k} - \frac{1}{2} \left(1 + \frac{1}{n} \right) > \log n$ が成り立つことを証明せよ。

採 点	
--------	--

数 学

受験番号		氏 名	
------	--	-----	--

- 注意事項
1. 数学(一般)の用紙は 3 枚である。3 枚とも解答すること。
 2. 3 枚とも受験番号と氏名の記入を忘れないこと。
 3. 【2】、【3】は、解答の過程を必ず記すこと。
- この線より上には解答を書かないこと。

- 【3】 箱 A には赤玉 2 個、白玉 1 個が入っており、箱 B には白玉 3 個が入っている。2 つの箱 A、B について、次の操作を繰り返す。
- (操作) 2 つの箱 A、B からそれぞれ 1 個ずつ玉を同時に取り出し、箱 A から取り出した玉を箱 B に入れて、箱 B から取り出した玉を箱 A に入れる。
- n 回目の操作を終えたときに箱 A に入っている赤玉の個数が 2 個、1 個、0 個である確率をそれぞれ p_n 、 q_n 、 r_n として、3 つの数列 $\{p_n\}$ 、 $\{q_n\}$ 、 $\{r_n\}$ を定める。次の問に答えよ。
- (1) p_1 、 q_1 、 p_2 、 q_2 の値をそれぞれ求めよ。また、正の整数 n に対し、 r_n を p_n と q_n を用いて表せ。

答 $p_1 =$, $q_1 =$, $p_2 =$, $q_2 =$, $r_n =$

- (2) 正の整数 n に対し、 p_{n+1} を p_n と q_n を用いて表し、 q_{n+1} を q_n を用いて表せ。

答 $p_{n+1} =$, $q_{n+1} =$

- (3) 数列 $\{q_n\}$ の一般項を求めよ。

答 $q_n =$

- (4) $s_n = 3^n p_n$ とおく。数列 $\{s_n\}$ の一般項を求めよ。さらに、数列 $\{p_n\}$ の一般項を求めよ。

答 $s_n =$, $p_n =$

採 点	
--------	--